

#CONQUISTANOESTUDO ▪ SEMANA3 ▪ ETAPA2

ENSINO MÉDIO ▪ 1ª SÉRIE

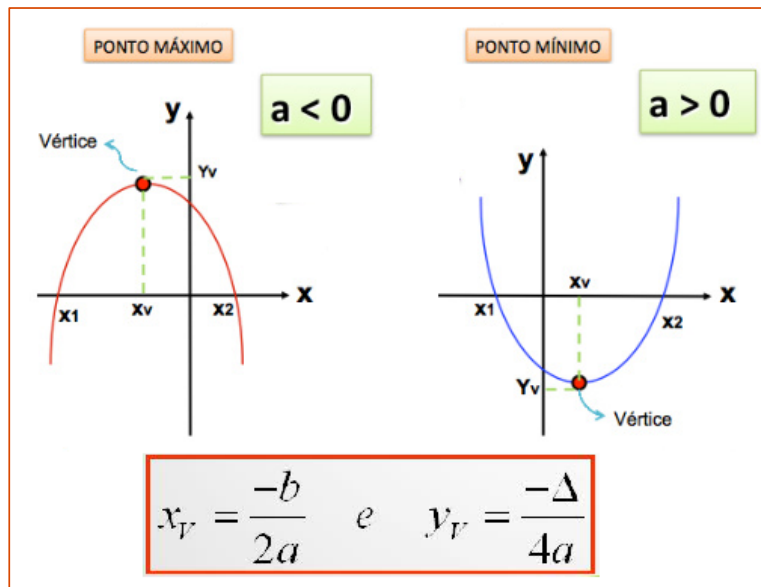
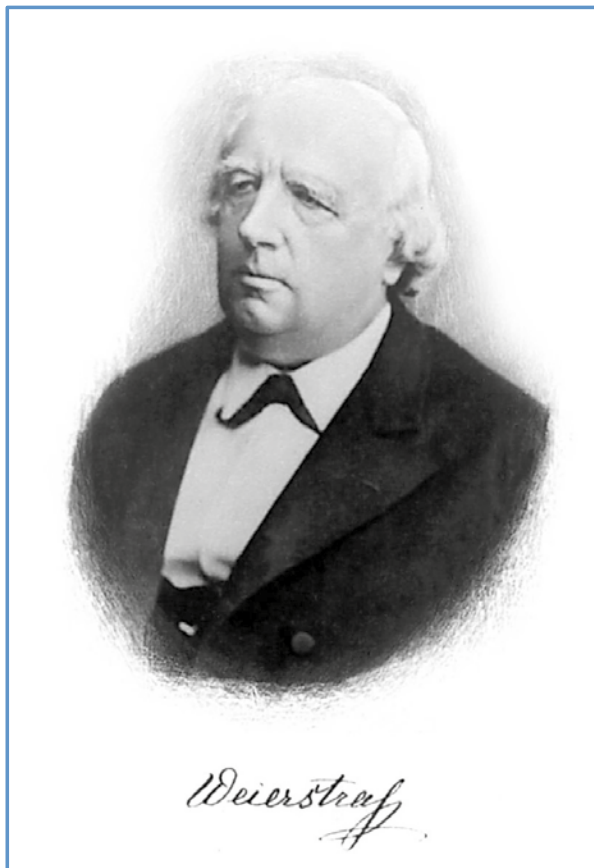
MATEMÁTICA

Neste Guia você vai estudar sobre máximo e mínimo de uma função quadrática.

Pág. 19 a 26 do Módulo 3

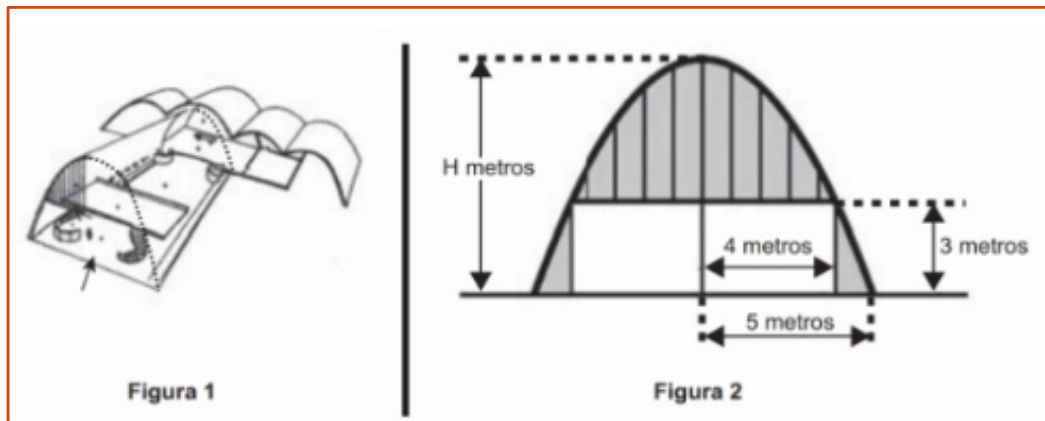
Prof^a. Conceição Longo

Karl Weierstrass (1815 — 1897) provou que toda função contínua com domínio em um intervalo fechado possui máximo e mínimo.



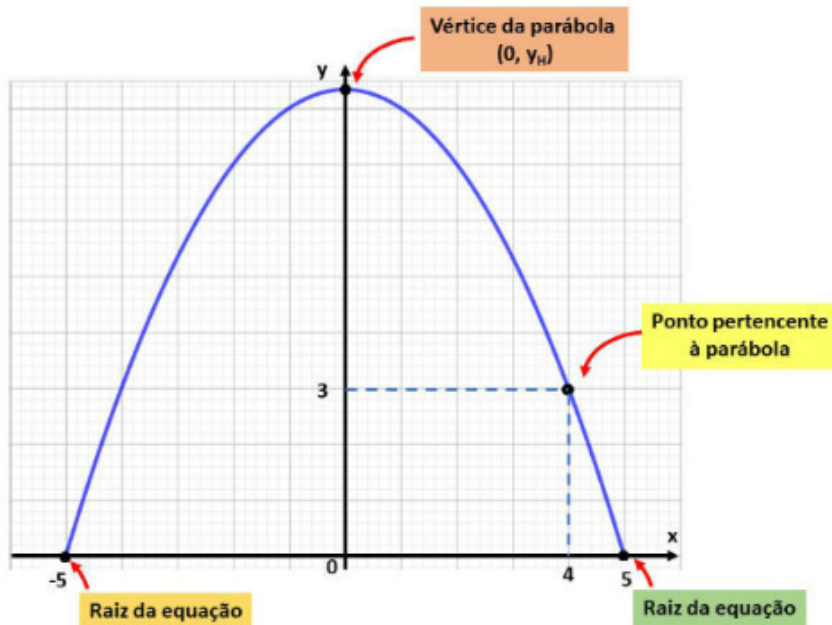
Este problema foi proposto no Enem de 2017. Veja que interessante!

A igreja de São Francisco de Assis, obra arquitetônica de Oscar Niemeyer, localizada na Lagoa da Pampulha, em Belo Horizonte, possui abóbodas parabólicas. A seta na figura 1 ilustra uma das abóbodas na entrada principal da capela. A figura 2 fornece uma vista frontal desta abóbada, com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos.



O problema pede para que seja calculada a medida, em metro, da altura H , indicada na Figura 2.

Precisamos calcular o valor da altura. Para isso, vamos representar a parábola no eixo cartesiano, conforme figura abaixo.



Escolhemos o eixo de simetria da parábola coincidindo com o eixo y do plano cartesiano. Assim, notamos que a altura representa o ponto $(0, y_H)$.

Observando o gráfico da parábola, percebemos, ainda, que o 5 e o -5 são as duas raízes da função e que o ponto $(4, 3)$ pertence à parábola.

Com base em todas essas informações, vamos utilizar a forma fatorada da equação do 2º grau, ou seja:

A equação de uma parábola em função das raízes é:

$$y = f(x - x_1)(x - x_2)$$

$$y = f(x) = a(x - 5)(x - (-5))$$

$$y = a(x - 5)(x + 5)$$

$$y = a(x^2 - 5^2)$$

$$y = a(x^2 - 25)$$

Assim, basta substituímos o ponto (4, 3)

$$3 = a(4^2 - 25)$$

$$3 = a(16 - 25)$$

$$3 = -9a$$

$$a = -\frac{3}{9}$$

$$a = -\frac{1}{3}$$

Logo, a equação procurada será: $y = -\frac{1}{3}(x^2 - 25)$.

A altura será o valor de y para o qual x é igual a zero.

Assim, encontrando o ponto (0, h), temos:

$$y = -\frac{1}{3}(0^2 - 25)$$

$$y = -\frac{1}{3}(-25)$$

$y = \frac{25}{3}$, ou seja, a altura é de aproximadamente 8,3m.

EXERCÍCIOS:

- 1) Determine se as funções têm valor máximo ou mínimo. Em seguida, calcule esse valor.

$$f(x) = 3x^2 - 6x + 2$$

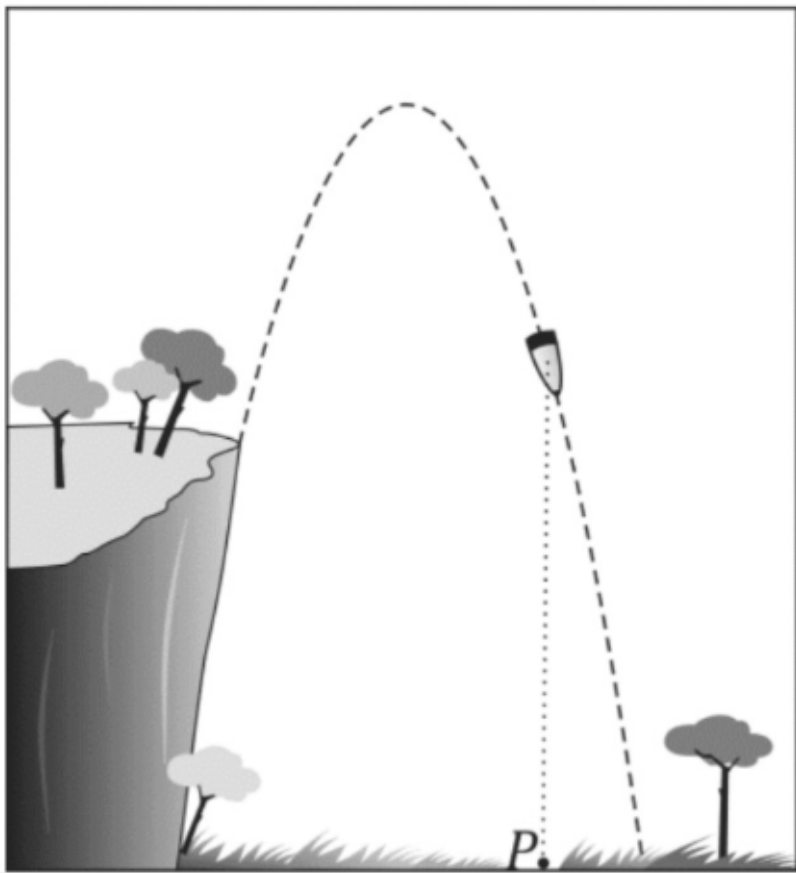
$$f(x) = -2x^2 + 4x - 1$$

$$f(x) = x^2 - 1$$

$$f(x) = 4 - x^2$$

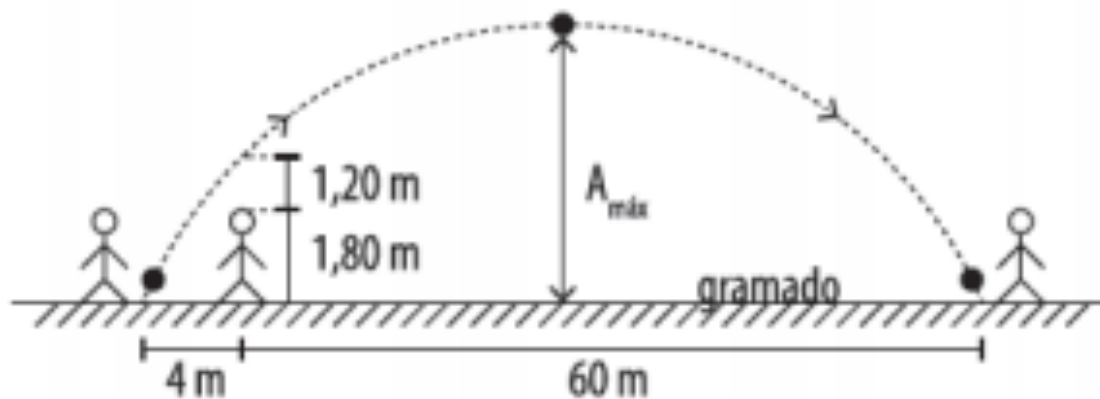
- 2) Em uma apresentação aérea de acrobacias, um avião a jato descreve um arco no formato de uma parábola de acordo com a seguinte função: $y = -x^2 + 60x$.
Determine a altura máxima atingida pelo avião.
- 3) Após várias experiências em laboratório, observou-se que a concentração de certo antibiótico no sangue de cobaias varia de acordo com a função $y = 12x - 2x^2$, em que x é o tempo decorrido, em horas, após a ingestão do antibiótico. Nessas condições, determine o tempo necessário para que o antibiótico atinja nível máximo de concentração no sangue dessas cobaias.

4) (FUVEST – 2015) A trajetória de um projétil, lançado da beira de um penhasco sobre um terreno plano e horizontal, é parte de uma parábola com eixo de simetria vertical, como ilustrado na figura.



O ponto P sobre o terreno, pé da perpendicular traçada a partir do ponto ocupado pelo projétil, percorre 30 m desde o instante do lançamento até o instante em que o projétil atinge o solo. A altura máxima do projétil, de 200 m acima do terreno, é atingida no instante em que a distância percorrida por P, a partir do instante do lançamento, é de 10 m. Quantos metros acima do terreno estava o projétil quando foi lançado?

5) (UFPB) Em uma partida de futebol, um jogador, estando na lateral do campo, cruzou a bola para um companheiro de equipe o qual se encontrava na lateral oposta, a uma distância de 64 m. A bola passou 1,20 m acima da cabeça de um jogador com 1,80 m de altura da equipe adversária, o qual, nesse instante, estava a 4 m de distância do jogador que realizou o cruzamento, conforme figura abaixo.



Nessa situação, a bola descreveu uma trajetória em forma de arco de parábola até tocar o gramado, quando foi dominada pelo companheiro de equipe. Com base nessas informações, é correto afirmar que, durante o cruzamento, a bola atinge, no máximo, uma altura entre:

- a)** 10 m e 11 m **b)** 11 m e 12 m **c)** 12 m e 13 m **d)** 14 m e 15 m **e)** 15 m e 16 m

6) (PUC-MG) Uma empresa de turismo fretou um avião com 200 lugares para uma semana de férias, devendo cada participante pagar R\$ 500,00 pelo transporte aéreo, acrescido de R\$ 10,00 para cada lugar do avião que ficasse vago. Nessas condições, determine o número de passagens vendidas que torna máxima a quantia arrecadada pela empresa.

- a) 100 b) 125 c) 150 d) 180

Essa eu vou resolver para você!

Chamamos de x o número de lugares vagos. Para cada lugar vago é acrescido R\$ 10,00 ao valor das demais passagens, logo, a função que descreve esta situação será:

$$f(x) = \underbrace{(200 - x)}_{\text{total de passagens}} \underbrace{(500 + 10x)}_{\text{valor de cada passagem}} \Rightarrow f(x) = -10x^2 + 1500x + 100000$$

total de passagens

valor de cada passagem

Calculando o valor de x_v , temos:

$$x_v = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x_v = -\frac{1500}{2 \cdot (-10)} \Rightarrow x_v = -\frac{1500}{-20} \Rightarrow x_v = 75$$

Ou seja, 75 lugares vagos.

Logo, a arrecadação máxima ocorrerá com 75 lugares vagos, ou seja, quando forem vendidas 125 passagens: $200 - 75 = 125$

Portanto, a alternativa correta será a letra b, 125 passagens.

GABARITO

1)

- a)** Valor de mínimo de -1
- b)** Valor de máximo de 1
- c)** Valor de mínimo de -1
- d)** Valor de máximo de 4

2) A altura máxima atingida pelo avião de acordo com a função foi de 900 m.

3) O tempo necessário será de 3 horas.

4) A altura do lançamento será de 150 m.

5) Alternativa c, entre 12 m e 13 m.

- Para saber mais sobre máximos e mínimos, acesse:
<<https://portaldaoemep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=61>>
- Para acompanhar a resolução de outro exemplo em vídeo, acesse:
<<https://youtu.be/EU-XNWB48?t=565>>
- Curiosidade: O RAI0 DA MORTE DE ARQUIMEDES
<<http://imensidao-oculta.blogspot.com/2012/04/o-raio-da-morte.html>>