

Matemática

Conjunto dos números racionais – revisão



Olá! Chegamos ao final desta primeira etapa. Que tal uma revisão e alguns divertimentos matemáticos? Sim, a matemática também nos diverte! Vamos lá.

Frações

Uma **fração** representa o quociente exato de dois números inteiros.

Lê-se “dois quintos” ← $\frac{2}{5}$ → numerador
 → denominador

$\frac{2}{5} < 1$ ← É uma **fração própria**, porque representa um número **menor do que um**.

$$\frac{20}{100} \xrightarrow{:5} \frac{4}{20} \xrightarrow{:4} \frac{1}{5}$$

→ fração irredutível
 → fração própria

$$\frac{10}{4} \xrightarrow{:2} \frac{5}{2} > 1$$

→ É uma **fração imprópria**, porque representa um número **maior do que um**.

Numeral misto

As **frações superiores à unidade** (**frações impróprias**) podem ser representadas sob a forma de uma adição ou sob a forma de **numeral misto fracionário**.

- ▶ Para escrever uma fração sob a forma de numeral misto fracionário:

$$\frac{9}{2} = 4 \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 9 \quad | \quad 2 \\ 1 \quad 4 \end{array}$$

$$4 + \frac{1}{2} \text{ ou } 4 \frac{1}{2}$$

- ▶ Para escrever um numeral misto na forma de fração:

$$3 + \frac{1}{8} \text{ ou } 3 \frac{1}{8} \rightarrow \begin{array}{c} + \\ \curvearrowright \\ 3 \quad \frac{1}{8} \\ \curvearrowleft \\ \times \end{array} = \frac{8 \times 3 + 1}{8} = \frac{25}{8}$$

Frações e dízimas

- ▶ Quando se dividem dois números e o quociente é exato e é um número inteiro.

$$\frac{12}{4} = 3$$



3 é o quociente exato de 12 por 4, logo $\frac{12}{4}$ é um número inteiro

$$-\frac{10}{5} = -2$$



-2 é o quociente exato de -10 por 5, logo $\frac{10}{5}$ é um número inteiro

- ▶ Quando se dividem dois números, o quociente é exato e é um número decimal.

$\frac{1}{4} = 0,25 \rightarrow 0,25$ é o quociente exato de 1 por 4, logo é uma fração equivalente a uma fração decimal que corresponde a uma **dízima finita**.

- ▶ Quando se dividem dois números, o quociente exato não é um número inteiro nem decimal.

$\frac{1}{3} = 0,3333\dots \rightarrow 0,3333$ não é o quociente exato de 1 por 3. A única forma de representar o quociente exato de 1 por 3 é na forma de fração.

$\frac{1}{3}$ é uma fração não equivalente a uma fração decimal

O que é uma fração não equivalente a uma fração decimal?

Uma fração não equivalente a uma fração decimal corresponde a uma **dízima infinita periódica**.

As dízimas periódicas podem ser simples ou compostas

A dízima periódica **0,1535353...** é composta, pois ela possui um anteperíodo que não se repete, no caso o número **1**, e um período formado pelo número **53**, que se repete indefinidamente. Se fosse apenas **0,535353...** teríamos uma **dízima periódica simples**, pois ela possui apenas um período, **53**, mas não um anteperíodo.

Veja abaixo alguns exemplos:

Exemplos de dízimas periódicas simples

0,111... período igual a **1**

0,252525... período igual a **25**

0,010101... período igual a **01**

0,123123123... período igual a **123**

Exemplos de dízimas periódicas compostas

0,2333... anteperíodo igual a **2** e período igual a **3**

0,45222... anteperíodo igual a **45** e período igual a **2**

0,171353535... anteperíodo igual a **171** e período igual a **35**

0,32101230123... anteperíodo igual a **32** e período igual a **0123**

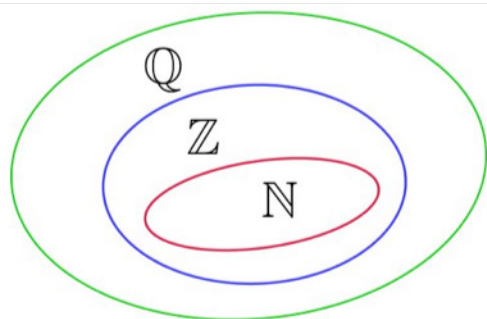
Conjuntos numéricos

$N = \{\text{números naturais}\} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

$Z = \{\text{números inteiros relativos}\} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

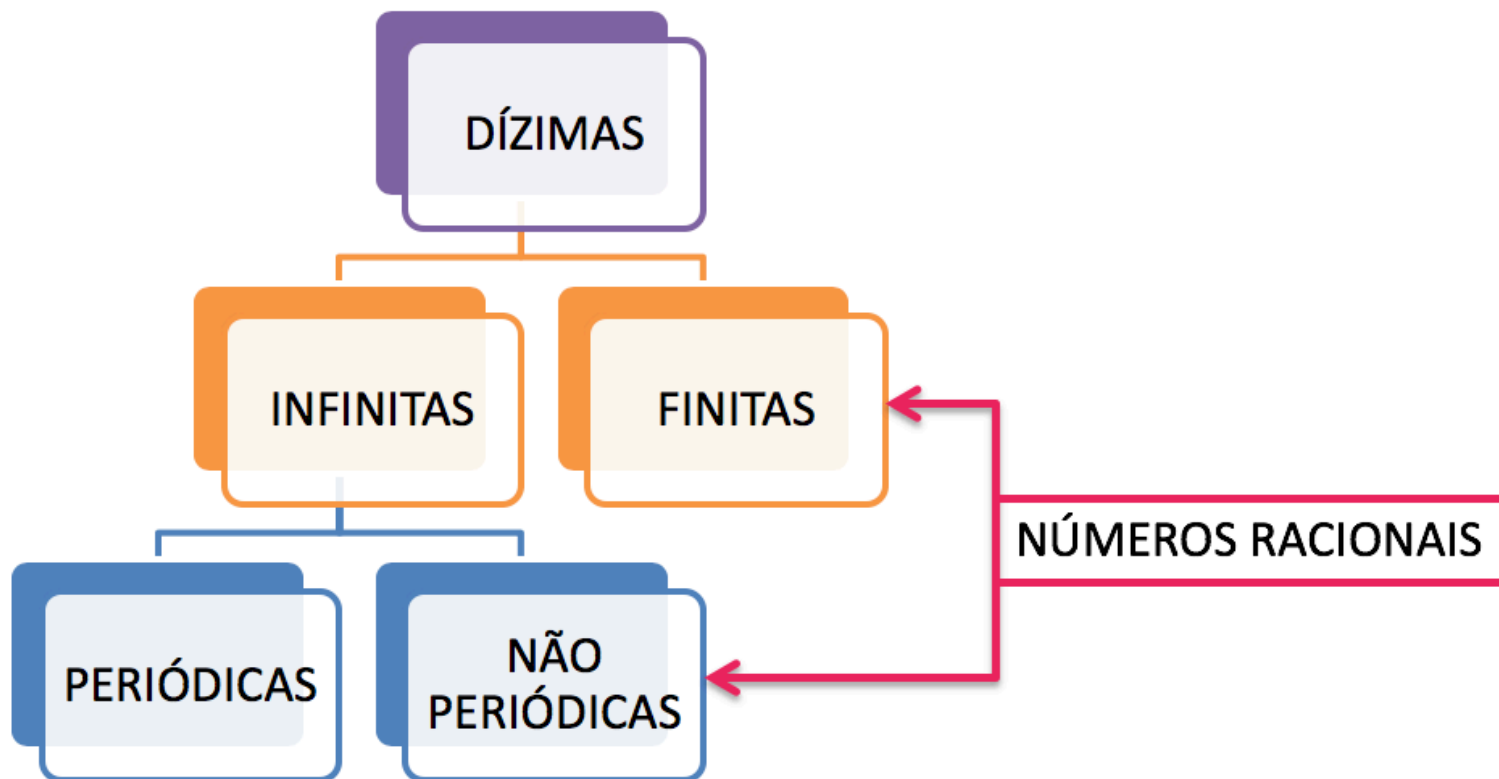
$Q = \{\text{números racionais}\}$

Número racional é todo número que se pode escrever como quociente de números inteiros, com divisor diferente de zero, ou seja, **é aquele que pode ser representado por uma dízima finita ou uma dízima infinita periódica.**



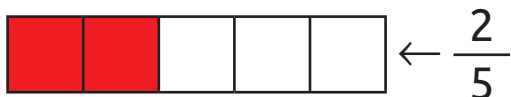
$$N \subset Z \subset Q$$

RESUMINDO



Comparação de números racionais

1º caso: Frações com denominadores iguais



Se duas frações têm denominadores iguais, a maior será aquela que tiver maior numerador.

$$\frac{2}{5} < \frac{4}{5}$$

2º caso: Frações com denominadores diferentes

Nesse caso, reduzimos as frações ao menor denominador comum e, em seguida, procedemos como no primeiro caso.

$$\frac{3}{4} \text{ e } \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{9}{12} > \frac{8}{12} \Rightarrow \frac{3}{4} > \frac{2}{3}$$

Comparação de números decimais

Para comparar números decimais, temos que comparar as partes inteiras:

8,56 e 10,4

10 é maior do que 8

Então 10,4 é maior do que 8,56

$$10,4 > 8,56$$

E se as partes inteiras forem iguais?

Para comparar números decimais, temos que comparar as partes inteiras:

Se as partes inteiras forem iguais, comparam-se os algarismos das décimas:

9,46 e 9,1

4 é maior do que 1

Então 9,46 é maior do que 9,1

$9,46 > 9,1$

E se os algarismos das décimas forem iguais?

Se os algarismos das décimas forem iguais, comparam-se os algarismos das centésimas:

9,46 e 9,471

6 é menor do que 7

Então 9,46 é menor do que 9,471

$9,46 < 9,471$

E assim por diante...

TRÊS REGRAS BÁSICAS

- a) Qualquer número positivo é maior que qualquer número negativo.
- b) O número 0 é menor que qualquer número positivo e maior que qualquer número negativo.
- c) Entre números positivos, o maior é aquele que possui maior módulo.
- d) Entre números negativos, o maior é aquele que possui menor módulo.

Adição e subtração de números racionais

Regra básica

- 1º Igualamos o número de casas decimais, com o acréscimo de zeros;
- 2º Colocamos vírgula debaixo de vírgula;
- 3º Efetuamos a adição (ou subtração) colocando a vírgula na soma alinhada com as demais.

Exemplo: Calcule $1,28 + 2,6 + 0,038$.

$$\begin{array}{r}
 1,280 \\
 + 2,600 \\
 0,038 \\
 \hline
 3,918
 \end{array}$$

Exemplo: Calcule $17,2 - 6,45$.

$$\begin{array}{r}
 - 17,20 \\
 \underline{6,45} \\
 10,75
 \end{array}$$

MULTIPLICAÇÃO

Regra básica

Multiplicamos os dois números decimais como se fossem naturais. Colocamos a vírgula no resultado de modo que o número de casas decimais do produto seja igual à soma dos números de casas decimais dos fatores.

Vamos multiplicar 3,49 por 2,5.

3,49	→	2 casas decimais
X 2,5	→	1 casa decimal
1745		
6980		
8,725	→	3 casas decimais

DIVISÃO

Regra básica

- 1º Igualamos o número de casas decimais, com o acréscimo de zeros;
- 2º Suprimimos as vírgulas;
- 3º Efetuamos a divisão.

Dividir 7,5 por 3

↓
uma casa

↘ 0 casas

$$7,5 : 3,0 = 75 : 30$$

Logo, $7,5 : 3 = 2,5$

$$\begin{array}{r}
 75 \overline{) 30} \\
 \underline{- 60} \quad 2,5 \\
 150 \\
 \underline{- 150} \\
 000
 \end{array}$$

Multiplicação de números racionais fracionários

Regra básica

Para **multiplicar** dois números representados por **frações**, multiplicam-se os numeradores e multiplicam-se os denominadores.

$$\left(-\frac{1}{4}\right) \times \left(+\frac{5}{3}\right) = -\frac{1 \times 5}{4 \times 3} = -\frac{5}{12}$$

$$(-0,2) \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{2}{10}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) = +\frac{2 \times 1}{10 \times 3} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

Multiplicação de números

- ▶ Sinais iguais +
- ▶ Sinais diferentes -

Divisão de números racionais fracionários

Regra básica

Para **dividir** dois números racionais, multiplica-se o dividendo pelo inverso do divisor.

$$\left(-\frac{3}{4}\right) \div \left(+\frac{7}{5}\right) =$$

$a \div$ passa para \times Inverso do divisor

$$\left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(+\frac{5}{7}\right) = -\frac{3 \times 5}{4 \times 7} = -\frac{15}{28}$$

EXPRESSÃO NUMÉRICA

$$\frac{1}{3} + 0,2 - \left(\frac{1}{6} + \frac{5}{3} \right) =$$

Eliminar os parênteses

$$= \frac{1}{3} + 0,2 - \frac{1}{6} - \frac{5}{3} =$$

Transformar a dízima em fração

$$= \frac{1}{3} + \frac{2}{10} - \frac{1}{6} - \frac{5}{3} =$$

Reduzir ao mesmo denominador

$$= \frac{10}{30} + \frac{6}{30} - \frac{5}{30} - \frac{50}{30} =$$

$$= -\frac{13}{10} \text{ ou } -1,3$$

Exemplo 2

$$\begin{aligned}
 & -\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(+\frac{1}{2}\right) \div (-3) = \\
 & = -\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{6}\right) \div (-3) = \\
 & = -\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{6}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \\
 & = -\frac{2}{3} + \left(+\frac{1}{18}\right) = -\frac{12}{18} + \left(+\frac{1}{18}\right) = -\frac{11}{18}
 \end{aligned}$$

No cálculo de uma expressão numérica, habitualmente, seguem-se os seguintes passos:

- ▶ **1º** Efetuam-se as operações dentro de parênteses;
- ▶ **2º** A multiplicação e a divisão têm prioridade sobre a adição e a subtração;
- ▶ **3º** Sempre que na expressão numérica aparecerem operações de multiplicação e divisão, elas devem ser efetuadas pela ordem indicada;
- ▶ **4º** Quando a expressão só tiver adições e subtrações, primeiro tiram-se os parênteses e depois efetuam-se essas operações.

Potências de um número racional

Para todo número racional **a** e número inteiro **n**, sendo $n > 1$, definimos:

expoente ←

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ fatores}}$$

base ←

$$(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$$

$$(-1)^2 = (-1) \times (-1) = +1 = 1$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = +\frac{4}{9}$$

Potência com expoente negativo

Para passar o **expoente a positivo**, faz-se o **inverso da base**

$$(+3)^{-3} = \left(+\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

- ▶ Qualquer número, diferente de zero, elevado a zero é sempre um.

$$a^0 = 1, a^0 \neq 0$$

- ▶ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

- ▶ Uma **potência de base negativa** e expoente par representa um **número positivo**.
- ▶ Uma **potência de base negativa** e expoente ímpar representa um **número negativo**.
- ▶ Uma **potência de base positiva**, independentemente do expoente, representa sempre um **número positivo**.

No cálculo de uma **expressão numérica com potências**, habitualmente, seguem-se os seguintes passos:

- 1º Calculam-se o valor das potências depois de aplicadas as regras operatórias;
- 2º Efetuam-se as operações dentro de parênteses;
- 3º A multiplicação e a divisão têm prioridade sobre a adição e a subtração;
- 4º Sempre que na expressão numérica aparecerem operações de multiplicação e divisão, elas devem ser efetuadas pela ordem indicada;
- 5º Quando a expressão só tiver adições e subtrações, primeiro tiram-se os parênteses e depois efetuam-se essas operações.

matemática

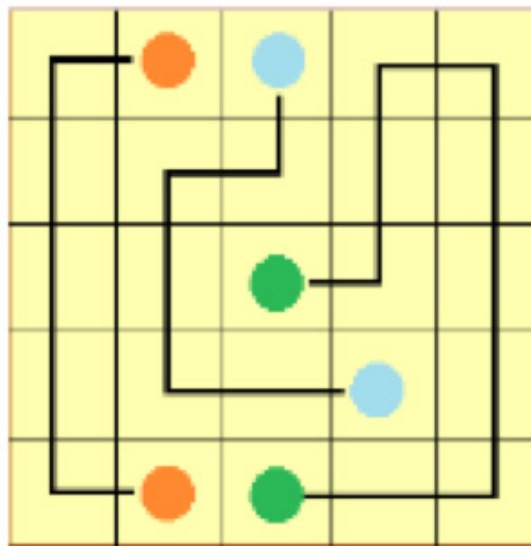
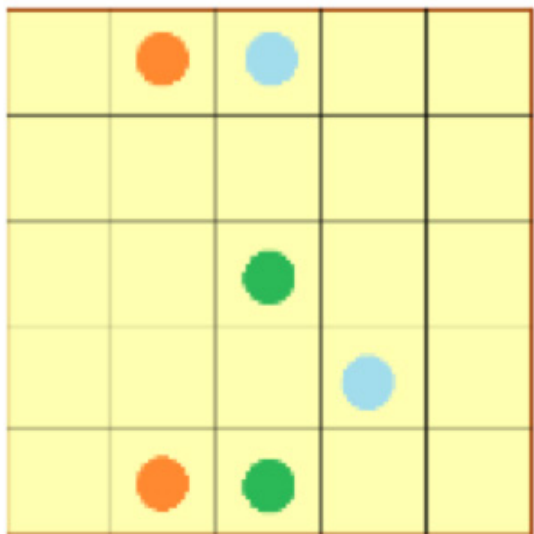
$$(-3)^{-2} + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times (-5) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 : \left(\frac{2}{3}\right)^0$$

$$\frac{1}{9} + \left(-\frac{1}{8}\right) \times (-5) + \left(\frac{1}{9}\right) : 1$$

$$\frac{1}{9} + \frac{5}{8} + \frac{1}{9} = \frac{8 + 45 + 8}{72} = \frac{61}{72}$$

Você já ouviu falar em ARUKONE?

É um quebra cabeça da família do sudoku, cujo objetivo é conectar cada par de figuras ou números ou letras por linhas, sendo que cada campo deve ser preenchido com apenas um traço, as linhas não devem se sobrepor ou se cruzar e todas as células devem ser preenchidas (cada quadradinho é uma célula).



SUA VEZ!

DESAFIO 1

	A		C	A
	C		D	
		D		
B				
				B

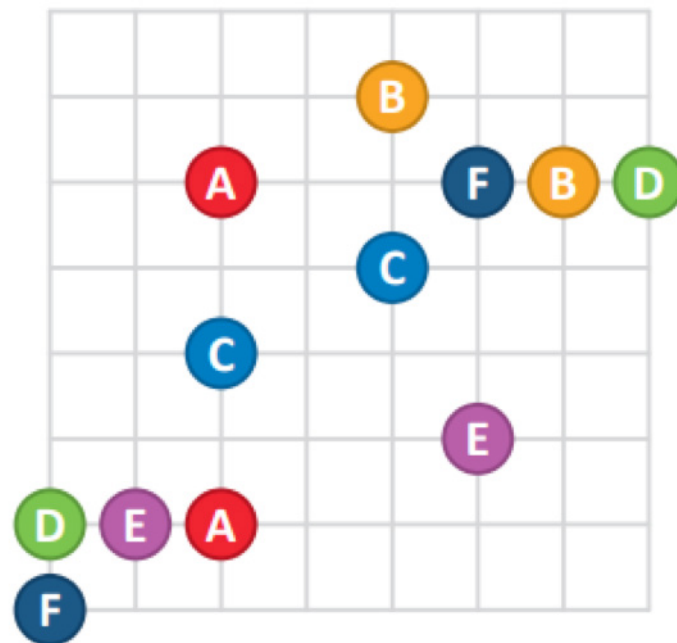
DESAFIO 2

							3
8	1						
7	2					4	
			8				
			1	3	5		
				2	6		
	6					4	
				7	5		

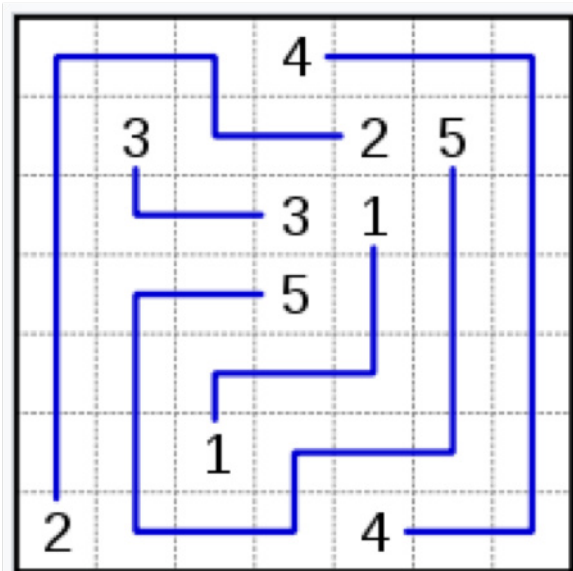
DESAFIO 3

			4		
	3			2	5
			3	1	
			5		
		1			
2				4	

DESAFIO 4



DESAFIO 3



DESAFIO 4

