



#CONQUISTANOESTUDO ▪ ETAPA2

ENSINO MÉDIO ▪ 2ª SÉRIE

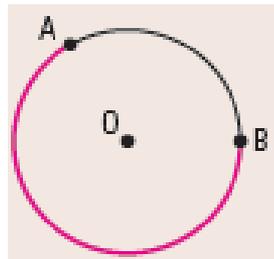
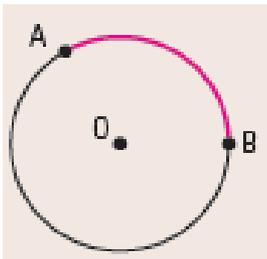
MATEMÁTICA

Neste Guia, você vai estudar os Módulos 7 e 8.

Prof<sup>a</sup>. Carolina Pinotti

# Trigonometria: conceitos básicos (p. 4 a 6 – Módulo 7)

Arcos com  
extremidades A e B



Arcos e ângulos

Radianos:  
 $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$   
 $180^\circ = \pi \text{ rad}$

Grau: uma das partes quando a circunferência é dividida em 360 partes.

Minuto:  $1' = \frac{1}{60}$  do grau

Segundo:  $1'' = \frac{1}{60}$  do minuto

Assim,  $1^\circ = 60'$  e  $1' = 60''$

# Atividade 1

Faça a transformação dos ângulos abaixo para radianos ou para graus:

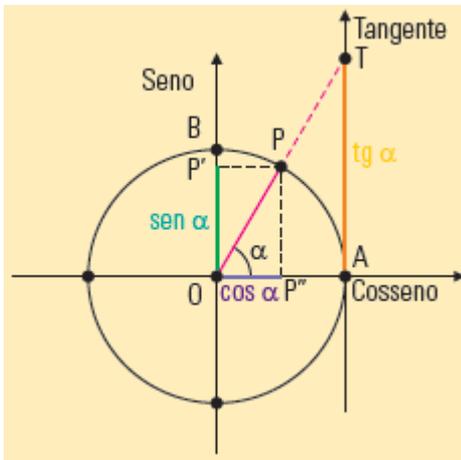
a)  $225^\circ$

b)  $\frac{\pi}{3}$  rad

c)  $\frac{3\pi}{2}$  rad

d)  $30^\circ$

# Trigonometria: conceitos básicos (p. 6 a 13 – Módulo 7)

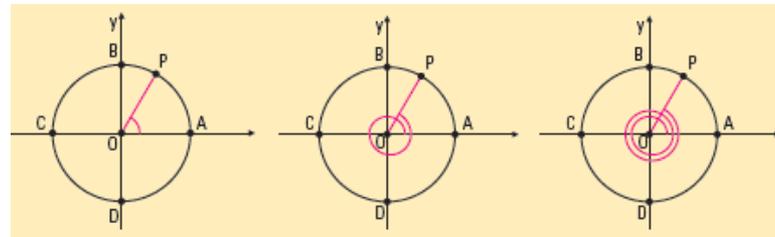


**Cosseno:** eixo x.

**Seno:** eixo y.

**Tangente:** perpendicular ao eixo x passando por A.

- **Arcos côngruos:** têm mesma origem e extremidade, diferem apenas na quantidade de voltas na circunferência;
- Menor **determinação positiva:** menor arco dentre os côngruos.



Relação fundamental da trigonometria:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

## Atividade 2

Qual é a menor determinação positiva dos ângulos abaixo?

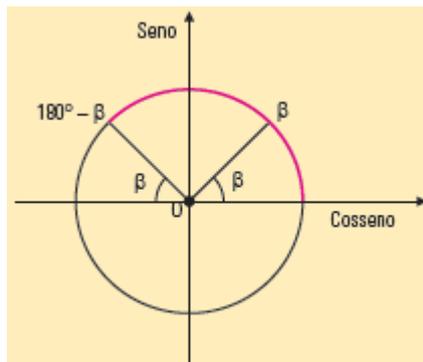
a)  $3\ 170^\circ$

b)  $\frac{10\pi}{3}$  rad

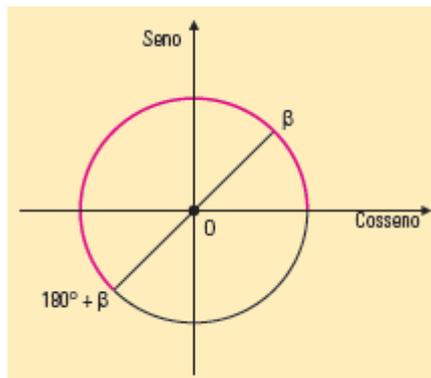
c)  $\frac{23\pi}{2}$  rad

d)  $5\ 930^\circ$

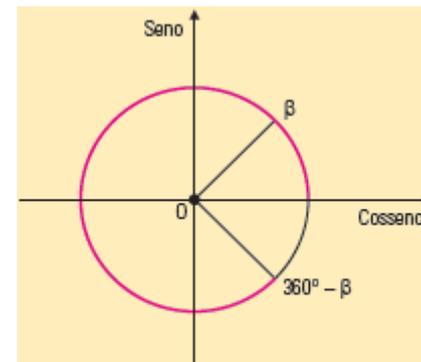
# Trigonometria: conceitos básicos (p. 14 a 26 – Módulo 7)



$$\begin{aligned}\operatorname{sen}(180^\circ - \beta) &= \operatorname{sen} \beta \\ \operatorname{cos}(180^\circ - \beta) &= -\operatorname{cos} \beta \\ \operatorname{tg}(180^\circ - \beta) &= -\operatorname{tg} \beta\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\operatorname{sen}(180^\circ + \beta) &= -\operatorname{sen} \beta \\ \operatorname{cos}(180^\circ + \beta) &= -\operatorname{cos} \beta \\ \operatorname{tg}(180^\circ + \beta) &= \operatorname{tg} \beta\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\operatorname{sen}(360^\circ - \beta) &= -\operatorname{sen} \beta \\ \operatorname{cos}(360^\circ - \beta) &= \operatorname{cos} \beta \\ \operatorname{tg}(360^\circ - \beta) &= -\operatorname{tg} \beta\end{aligned}$$

## Atividade 3

Reduza cada um dos ângulos apresentados ao primeiro quadrante, indicando qual é o ângulo que possui, em módulo, mesmos seno e cosseno que os apresentados.

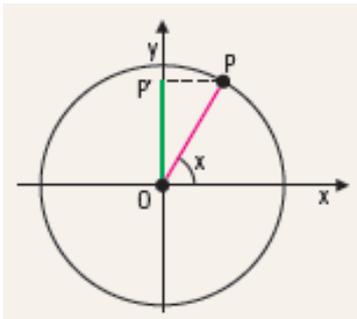
- a)  $150^\circ$
- b)  $200^\circ$
- c)  $225^\circ$
- d)  $300^\circ$
- e)  $305^\circ$

# Funções trigonométricas I (p. 27 a 31 – Módulo 7)

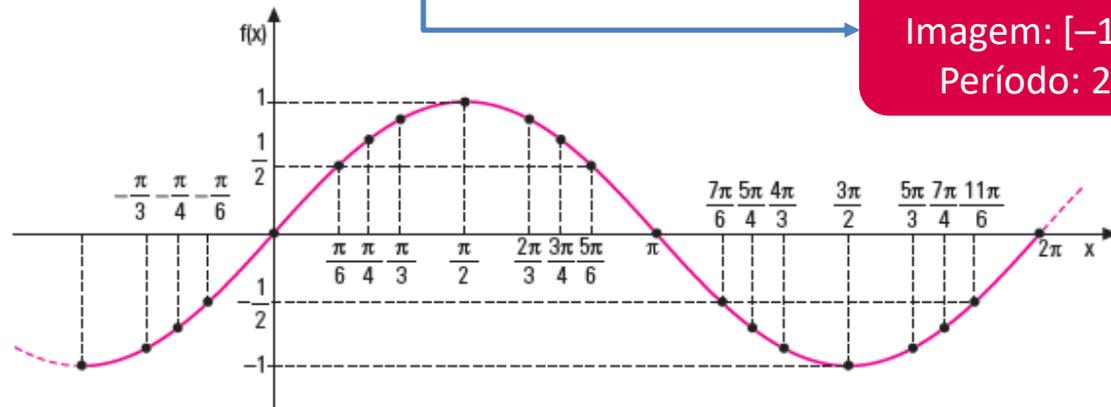
Função seno

Função ímpar  
 $f(-x) = -f(x)$

Eixo y da circunferência trigonométrica



Domínio:  $\mathbb{R}$   
Imagem:  $[-1, 1]$   
Período:  $2\pi$



## Atividade 4

Qual é o conjunto imagem da função  $f(x) = 3\text{sen}\left(\frac{x}{10}\right)$ ?

a)  $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$

b)  $[-1, 1]$

c)  $[-3, 3]$

d)  $[-10, 10]$

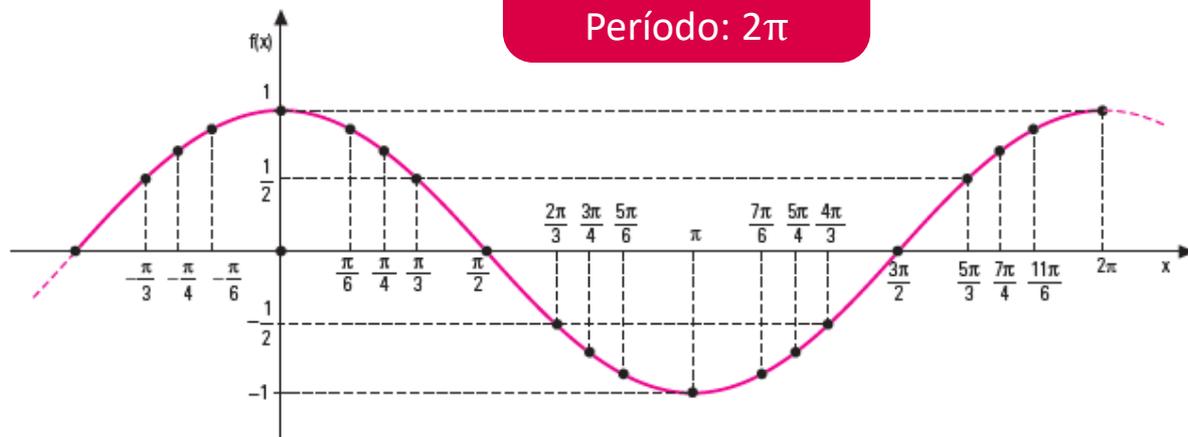
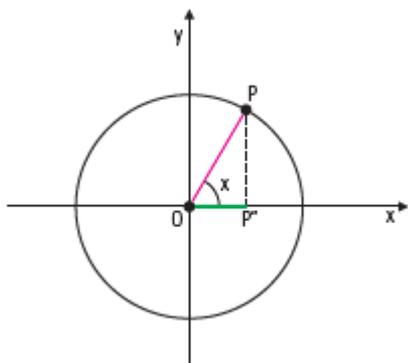
# Funções trigonométricas I (p. 32 a 35 – Módulo 7)

Função cosseno

Função par  
 $f(-x) = f(x)$

Eixo x da circunferência  
trigonométrica

Domínio:  $\mathbb{R}$   
Imagem:  $[-1, 1]$   
Período:  $2\pi$



## Atividade 5

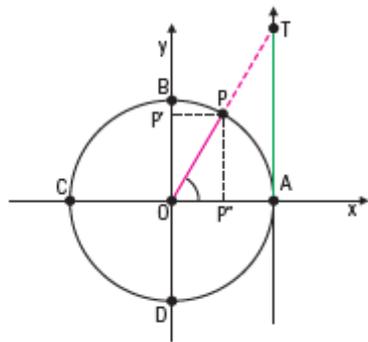
Qual o valor de  $f\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$  para a função  $f(x) = -2\cos(6x)$ ?

- a) -2
- b) -1
- c) 0
- d) 1
- e) 2

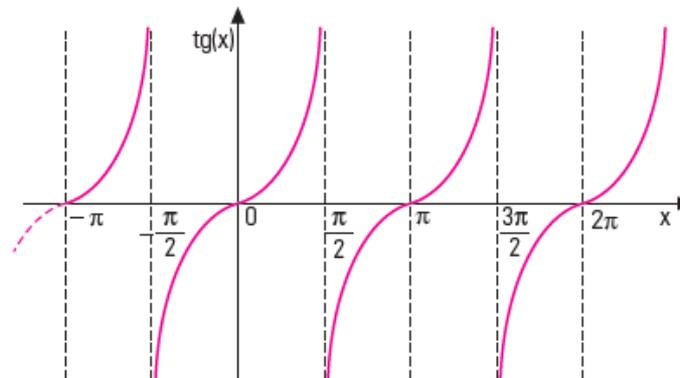
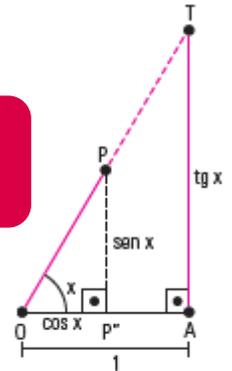
# Funções trigonométricas I (p. 35 a 41 – Módulo 7)

## Função tangente

Eixo paralelo ao eixo y da circunferência trigonométrica



$$\operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} x}$$



Domínio:  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$   
Imagem:  $[-\infty, +\infty]$   
Período:  $\pi$

## Atividade 6

Para quais valores de  $x$  a função tangente assume valores positivos?

a)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{R}\right\}$

b)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid 0 + k\pi < x < \frac{3\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{R}\right\}$

c)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid 0 + k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{R}\right\}$

d)  $\left\{x \in \mathbb{R} \mid 0 + 2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{R}\right\}$

# Funções trigonométricas II (p. 42 a 48 – Módulo 7)

## Relações trigonométricas

- $\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1$  (com  $x \in \mathbb{R}$ )
- $\text{tg } x = \frac{\text{sen } x}{\text{cos } x}$  (com  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$  e  $k \in \mathbb{Z}$ )
- $\text{cotg } x = \frac{\text{cos } x}{\text{sen } x}$  (com  $x \neq k\pi$  e  $k \in \mathbb{Z}$ ) ou  $\text{cotg } x = \frac{1}{\text{tg } x}$  (com  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$  e  $k \in \mathbb{Z}$ )
- $\text{sec } x = \frac{1}{\text{cos } x}$  (com  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$  e  $k \in \mathbb{Z}$ )
- $\text{cossec } x = \frac{1}{\text{sen } x}$  (com  $x \neq k\pi$  e  $k \in \mathbb{Z}$ )

## Relações derivadas

$$\text{tg}^2 x + 1 = \text{sec}^2 x, \text{ com } x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ e } k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{cotg}^2 x + 1 = \text{cossec}^2 x, \text{ com } x \neq k\pi \text{ e } k \in \mathbb{Z}$$

## Atividade 7

Qual o valor de  $\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x}{\sec x}$ , sabendo que  $\cos x = \frac{3}{5}$  e que  $x$  pertence ao 4º quadrante?

a)  $-\frac{5}{4}$

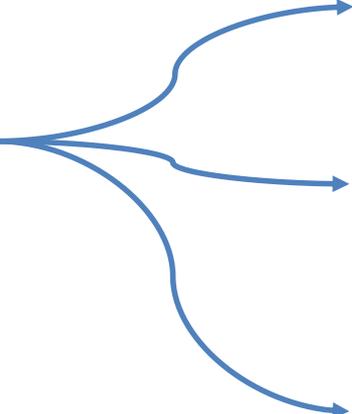
b)  $-\frac{4}{5}$

c)  $\frac{5}{4}$

d)  $\frac{4}{5}$

# Funções trigonométricas III (p. 49 a 54 – Módulo 7)

## Soma de arcos



$$\begin{aligned}\operatorname{sen}(a + b) &= \operatorname{sen} a \cdot \cos b + \operatorname{sen} b \cdot \cos a \\ \operatorname{sen}(a - b) &= \operatorname{sen} a \cdot \cos b - \operatorname{sen} b \cdot \cos a\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos(a + b) &= \cos a \cdot \cos b - \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{sen} b \\ \cos(a - b) &= \cos a \cdot \cos b + \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{sen} b\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}(a + b) &= \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b}{1 - \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} b} \\ \operatorname{tg}(a - b) &= \frac{\operatorname{tg} a - \operatorname{tg} b}{1 + \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} b}\end{aligned}$$

## Atividade 8

Utilizando as somas de arcos seno, cosseno e tangente, calcule:

a)  $\cos 15^\circ$

b)  $\sin 75^\circ$

c)  $\operatorname{tg} 105^\circ$

d)  $\cos 75^\circ$

# Funções trigonométricas III (p. 58 a 62 – Módulo 7)

**Equação trigonométrica:** deve apresentar uma incógnita em uma razão trigonométrica.

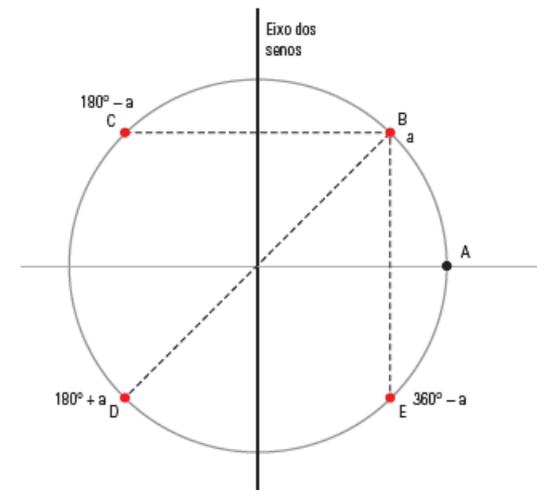
Exemplo:

$\text{sen } x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$  tem duas soluções no círculo trigonométrico:  **$225^\circ$**  e  **$315^\circ$**

Conjunto-solução:

$$S = \{x = 225^\circ + k \cdot 360^\circ \text{ ou } x = 315^\circ + k \cdot 360^\circ\}$$

Algumas equações terão mais de uma solução, devendo observar os ângulos que possuem mesmo seno ou cosseno, conforme o gráfico apresentado.



## Atividade 9

Qual a solução para  $0 \leq x \leq 2\pi$  de cada equação abaixo?

a)  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

b)  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

c)  $\sin x = -\frac{1}{2}$

d)  $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

# Análise combinatória (p. 5 a 10 – Módulo 8)

## Análise combinatória

```
graph TD; A[Análise combinatória] --> B[Princípio fundamental da contagem]; A --> C[Fatorial];
```

### Princípio fundamental da contagem

Um evento ocorre em  $n$  etapas sucessivas e independentes:

$x_1$  é o número de possibilidades da 1ª etapa

$x_2$  é o número de possibilidades da 2ª etapa

$x_3$  é o número de possibilidades da 3ª etapa

...

$x_n$  é o número de possibilidades da  $n$ -ésima etapa

$$\text{Possibilidades} = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n$$

### Fatorial

**Fatorial de um número  $n$ :**  $n!$  ( $n > 1$ )

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

## Atividade 10

Em um restaurante, estão disponíveis dois tipos de salada, cinco pratos quentes e três opções de carnes. De quantas maneiras uma pessoa pode montar um prato escolhendo uma salada, um prato quente e um tipo de carne?

- a) 10
- b) 30
- c) 360
- d) 1 440

# Análise combinatória (p. 10 a 16 – Módulo 8)

## Análise combinatória

```
graph TD; A[Análise combinatória] --> B[Permutações simples]; A --> C[Permutação com repetição];
```

### Permutações simples

São agrupamentos formados de um conjunto com **n elementos**, que se diferenciam pela ordem.  
Número de permutações de n elementos:  
 $P_n = n!$

### Permutação com repetição

Permutação com **n elementos** em que existem  $\alpha$  elementos iguais a **a**,  $\beta$  elementos iguais a **b**,  $\gamma$  elementos iguais a **c** etc.:  
$$P_n^{\alpha, \beta, \gamma, \dots} = \frac{n!}{\alpha! \cdot \beta! \cdot \gamma! \cdot \dots}$$

## Atividade 11

Para uma reunião, foram convocadas 30 pessoas, sendo 12 homens e 18 mulheres. De quantas maneiras é possível organizar essas pessoas em uma fila?

- a)  $12!$
- b)  $18!$
- c)  $30!$
- d)  $60!$

# Análise combinatória (p. 16 a 19 – Módulo 8)

## Análise combinatória

### Arranjo simples

Arranjos de  $n$  elementos escolhidos  $p$  a  $p$  são agrupamentos com  $p$  elementos de um conjunto com  $n$  elementos.

Se **diferenciam pela ordem**.

$$n, p \in \mathbb{N}^* \text{ e } n \geq p A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

**ATENÇÃO!**  
A ORDEM  
IMPORTA!

## Atividade 12

Em um campeonato de xadrez, três pessoas serão premiadas, de todas as dez que estarão participando. De quantas maneiras diferentes podemos ter essa premiação, mudando pessoas e posição?

a)  $\frac{10!}{3!}$

b)  $\frac{10!}{7!}$

c)  $\frac{7!}{3!}$

d)  $\frac{10!}{3! \cdot 7!}$

# Análise combinatória (p. 19 a 24 – Módulo 8)

## Análise combinatória

### Combinação simples

Arranjos de  $n$  elementos escolhidos  $p$  a  $p$  são agrupamentos com  $p$  elementos de um conjunto com  $n$  elementos.

**Não se diferenciam pela ordem.**

$$n, p \in \mathbb{N}^* \text{ e } n \geq p \quad C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{p! \cdot (n-p)!}$$

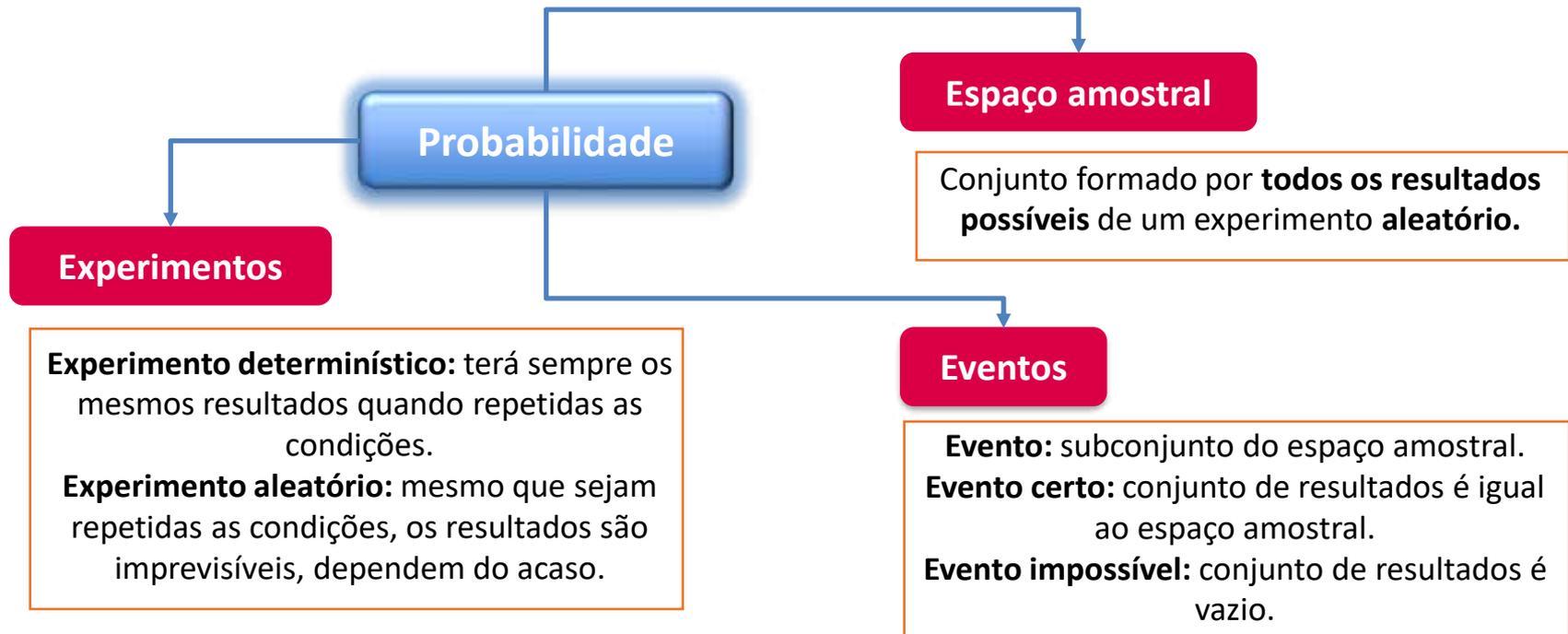
**ATENÇÃO!**  
A ORDEM **NÃO**  
IMPORTA!

## Atividade 13

Em uma livraria encontramos 15 livros diferentes de ficção científica. Júlio quer comprar quatro livros desse tipo para dar de presente para seus sobrinhos, mas não sabe quais escolher. De quantas maneiras diferentes ele poderá escolher esses quatro livros?

- a)  $\frac{15!}{9!}$
- b)  $\frac{15!}{4!}$
- c)  $\frac{9!}{15!}$
- d)  $\frac{15!}{4! \cdot 9!}$

# Probabilidades (p. 33 a 35 – Módulo 8)

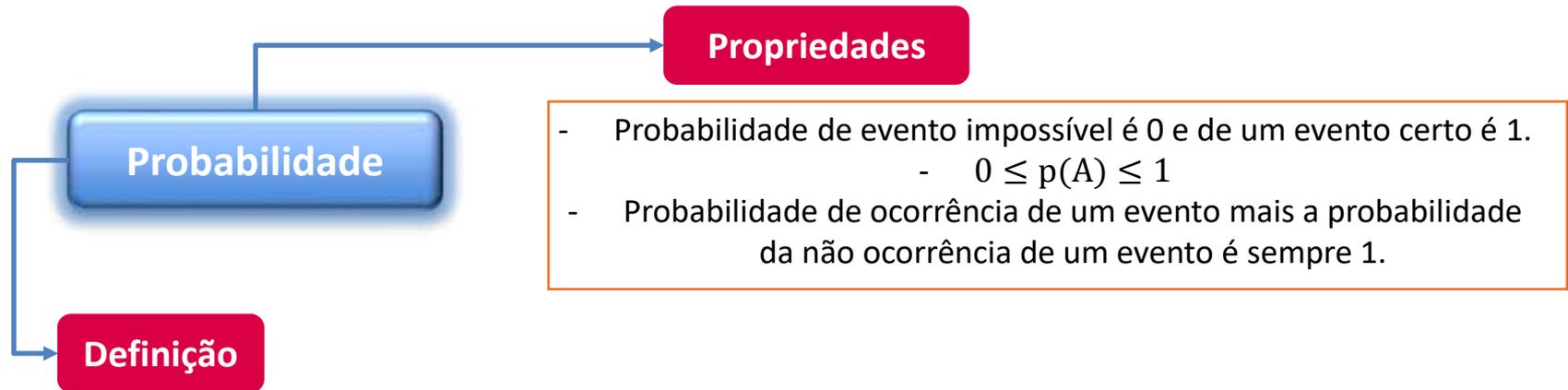


## Atividade 14

Determine o espaço amostral para cada item:

- a) Lançamento de um dado.
- b) Lançamento de uma moeda.
- c) Lançamento de dois dados.
- d) Retirada de uma carta de um baralho comum (cartas: números de 1 a 10, J, Q, K, A).
- e) Lançamento de três moedas.

# Probabilidades (p. 35 a 38 – Módulo 8)



Quociente entre o número de elementos do evento  $n(A)$  e o número de elementos do espaço amostral  $n(E)$ :

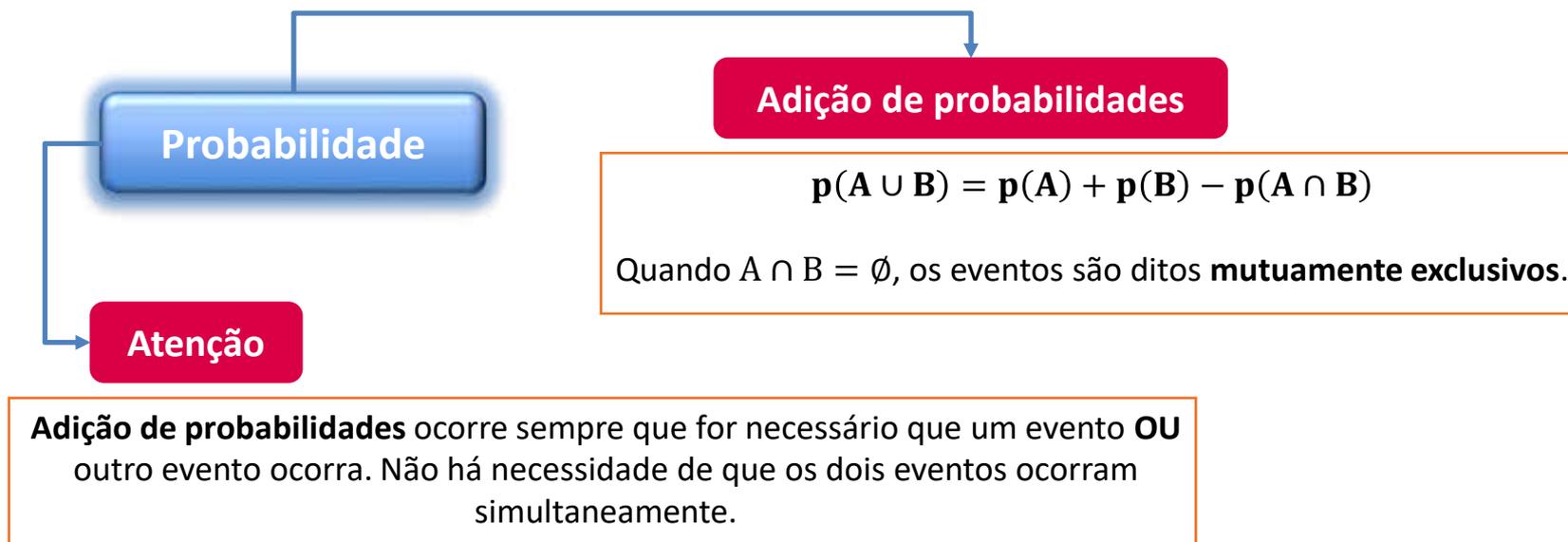
$$\text{Probabilidade} = \frac{\text{Número de elementos do evento}}{\text{Número de elementos do espaço amostral}} = \frac{n(A)}{n(E)}$$

## Atividade 15

Qual é a probabilidade de, ao acaso, no lançamento de dois dados comuns, as somas das faces serem um número maior ou igual a nove?

- a)  $\frac{1}{6}$
- b)  $\frac{1}{9}$
- c)  $\frac{5}{9}$
- d)  $\frac{5}{18}$

# Probabilidades (p. 38 e 39 – Módulo 8)



## Atividade 16

Qual é a probabilidade de, no lançamento de um dado comum (de seis faces) e de uma moeda (cara e coroa), sair o número cinco e cara?

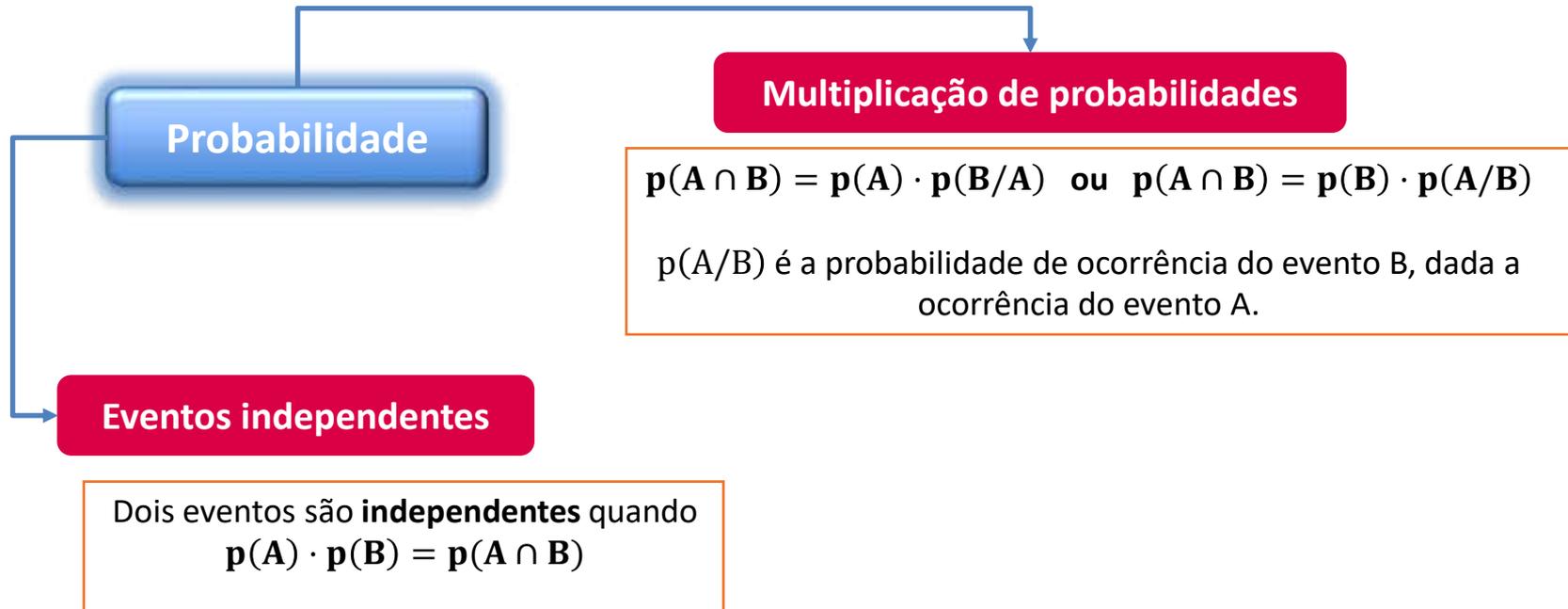
a)  $\frac{1}{6}$

b)  $\frac{1}{12}$

c)  $\frac{5}{12}$

d)  $\frac{5}{6}$

# Probabilidades (p. 40 a 42 – Módulo 8)



## Atividade 17

No lançamento de três moedas, consecutivamente, qual a probabilidade de sair três coroas?

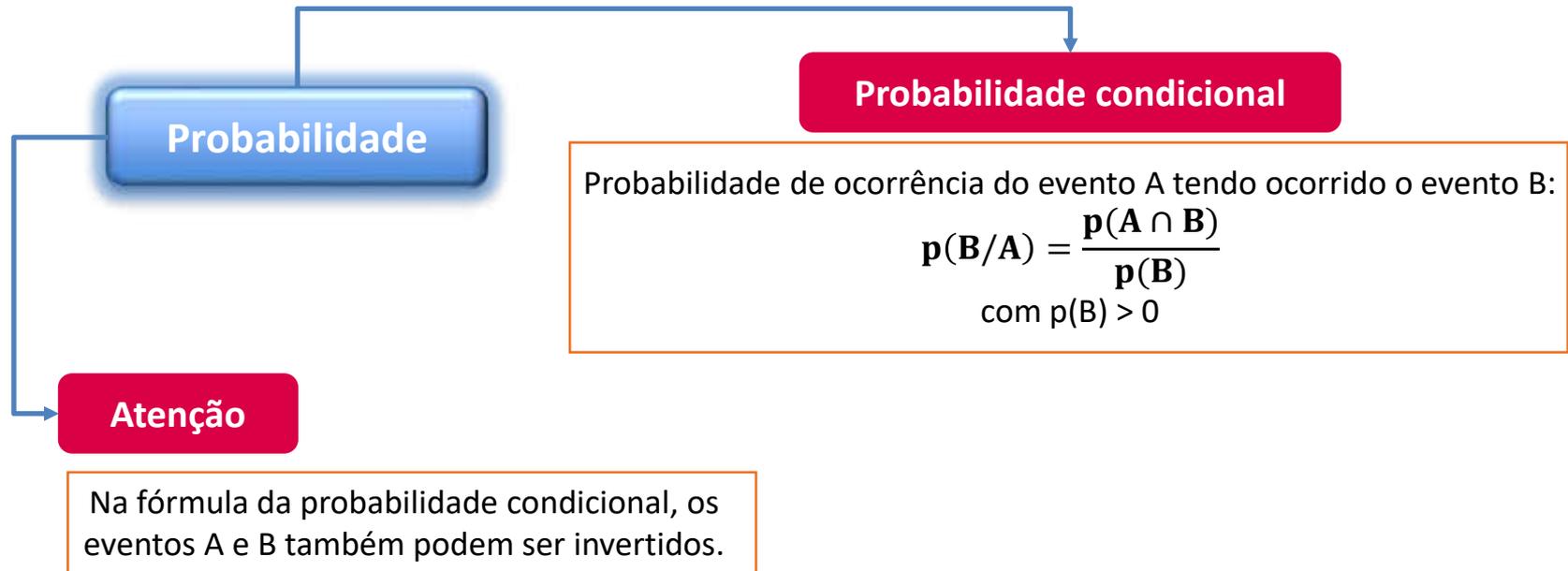
a)  $\frac{1}{2}$

b)  $\frac{3}{2}$

c)  $\frac{3}{4}$

d)  $\frac{1}{8}$

# Probabilidades (p. 42 a 48 – Módulo 8)



## Atividade 18

No lançamento de um dado duas vezes consecutivas, qual a probabilidade de que a soma seja seis, sabendo que os dois resultados são ímpares?

a)  $\frac{1}{9}$

b)  $\frac{2}{9}$

c)  $\frac{4}{9}$

d)  $\frac{5}{9}$