#CONQUISTANOESTUDO ▪ ETAPA2

ENSINO MÉDIO ▪ 1ª SÉRIE

MATEMÁTICA

Neste Guia, você vai estudar os Módulos 3 e 4.

Profª. Carolina Pinotti

Função quadrática (p. 5 a 19 – Módulo 3)

a é o coeficiente do termo de grau 2;
b é o coeficiente do termo de grau 1;
c é o termo independente.

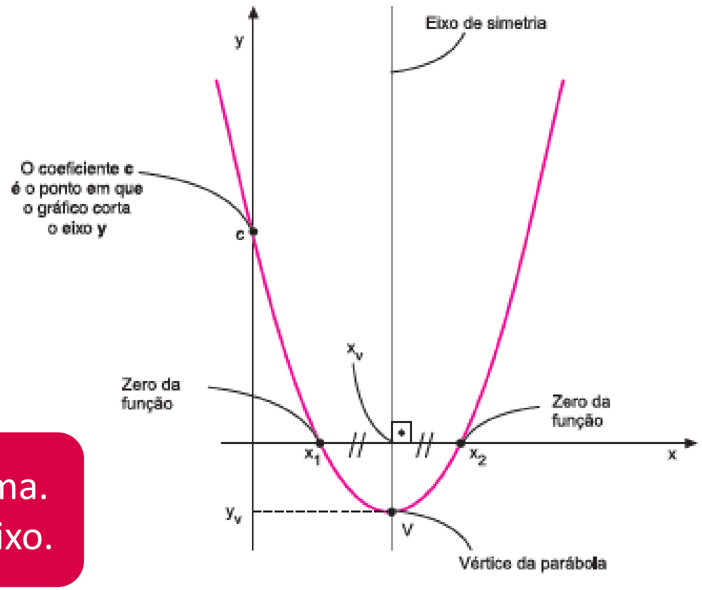
$\Delta > 0$: dois zeros reais.
$\Delta = 0$: dois zeros reais e iguais.
$\Delta < 0$: nenhum zero real.

$f(x) = ax^2 + bx + c$
a, b e c reais e $a \neq 0$

Função quadrática

Vértice: $V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$

$a > 0$: concavidade para cima.
$a < 0$: concavidade para baixo.



Atividade 1

Sobre a função quadrática $f(x) = x^2 + 5x + 10$, é correto afirmar que:

a) Ela possui duas raízes reais distintas e iguais a -3 e -2.

b) Ela possui duas raízes reais repetidas.

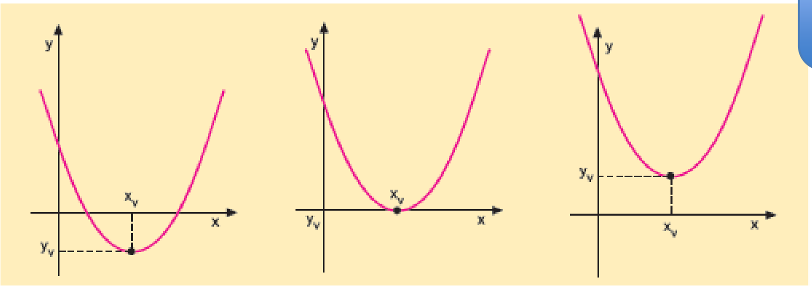
c) Ela não possui nenhuma raiz real.

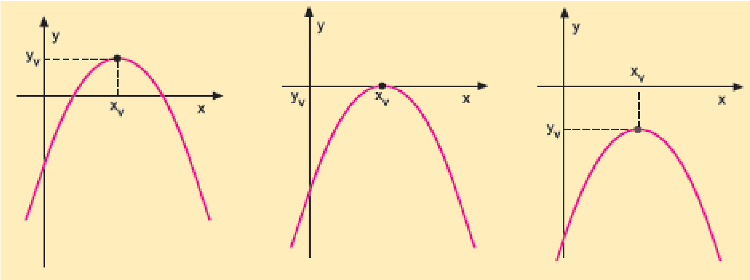
d) O vértice dessa parábola está no 3º quadrante do plano cartesiano.

Função quadrática (p. 19 a 30 – Módulo 3)

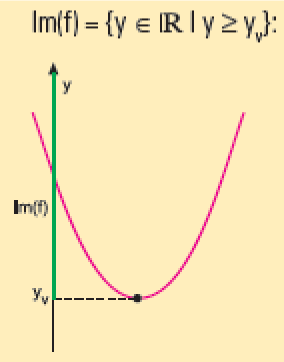
Função quadrática: gráfico

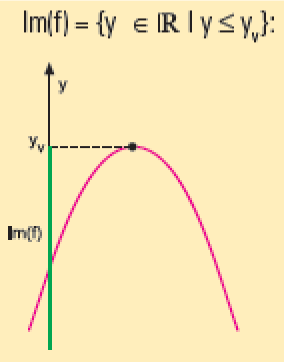
Valores máximo e mínimo





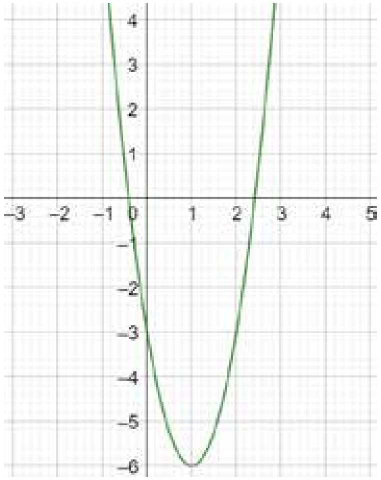
Imagem





Atividade 2

Uma função tem seu gráfico como o apresentado abaixo. Qual a imagem dessa função, considerando que o domínio é o conjunto dos números reais?



a) $[-6, +\infty[$

b) $[-\infty, 6[$

c) $[-1, 3[$

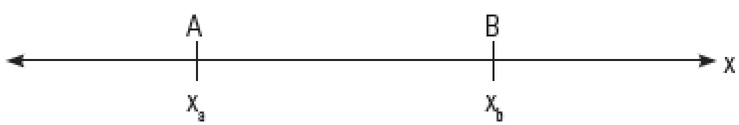
d) $[-6,0[$

Função modular (p. 51 – Módulo 3)

Distância entre dois pontos na reta

↓

Diferença entre as coordenadas



$$d_{AB} = x_B - x_A$$

Exemplos:

- Variação térmica (diferença de temperatura);
- Diferença de posição;
- Amplitude de um conjunto de valores;
- Distância entre cidades.

Atividade 3

Calcule a distância entre os pontos A e B apresentados no plano cartesiano abaixo.

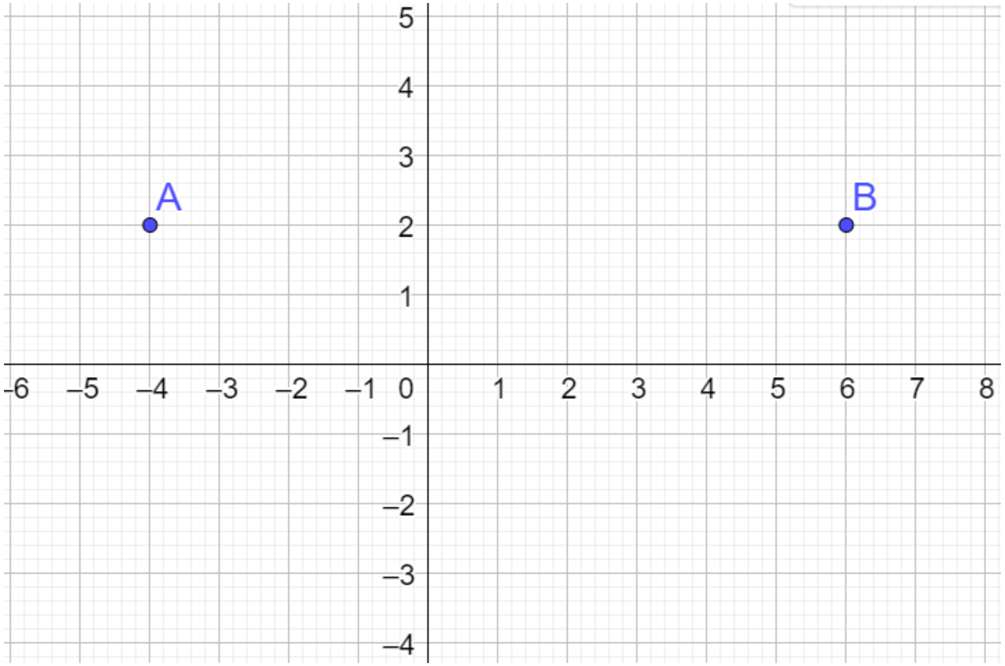
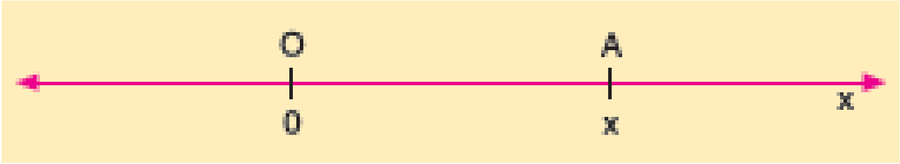


Imagem autoral

Função modular (p. 51 a 53 – Módulo 3)

Módulo de um número real

Distância de um ponto à origem



Definição

$$|x| = \begin{cases} x, \text{ se } x \geq 0 \\ -x, \text{ se } x < 0 \end{cases}, \text{ com } x \in \mathbb{R}$$

Atividade 4

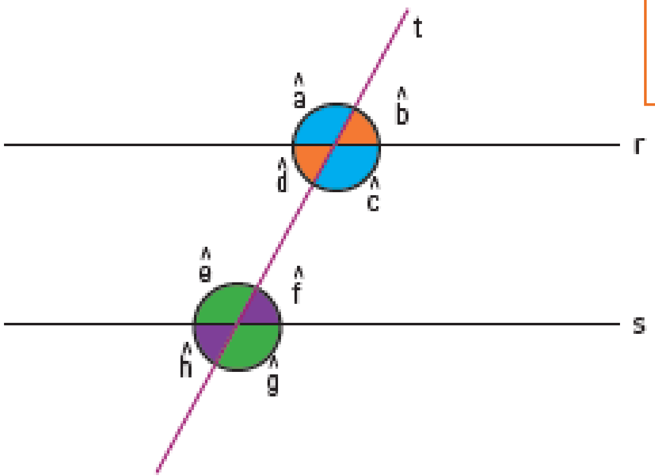
Sobre as afirmações abaixo, assinale V para as verdadeiras e F para as falsas.

(   ) O módulo de um número é a distância até o zero.
(   ) A distância entre um número e o seu oposto é igual ao módulo.
(   ) O oposto de um valor é sempre o seu módulo.
(   ) O módulo de um número pode ser o oposto ou o próprio número.
(   ) O simétrico ou oposto de um valor está sempre a uma mesma distância do zero em relação ao próprio valor.
(   ) Existem valores que não admitem módulos.
(   ) O módulo de um número real sempre será um número real.

Geometria plana (p. 4 a 8 – Módulo 4)

Ângulos opostos pelo vértice

- Ângulos de mesma medida;
- Entre duas retas, opostos;
- Exemplos da figura: $\hat{a}$ e $\hat{c}$, $\hat{b}$ e $\hat{d}$, $\hat{e}$ e $\hat{g}$, $\hat{f}$ e $\hat{h}$.



Ângulos suplementares

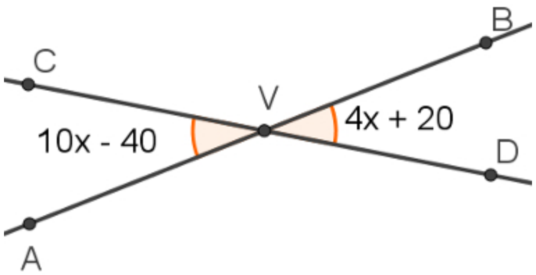
- Ângulos que somam 180°;
- Entre duas retas, adjacentes;

Exemplos da figura: $\hat{a}$ e $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$, $\hat{e}$ e $\hat{f}$, $\hat{g}$ e $\hat{h}$, entre outros.

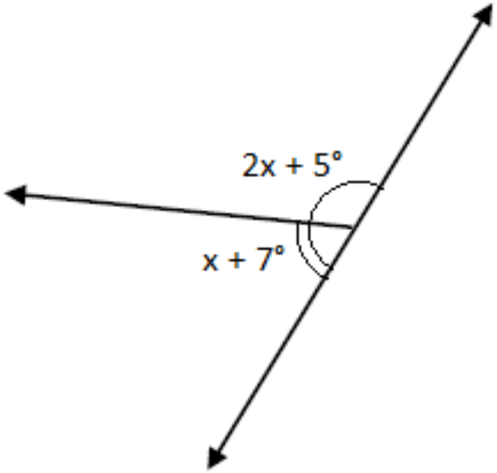
Atividade 5

Encontre a medida dos ângulos desconhecidos em cada um dos casos.

a)



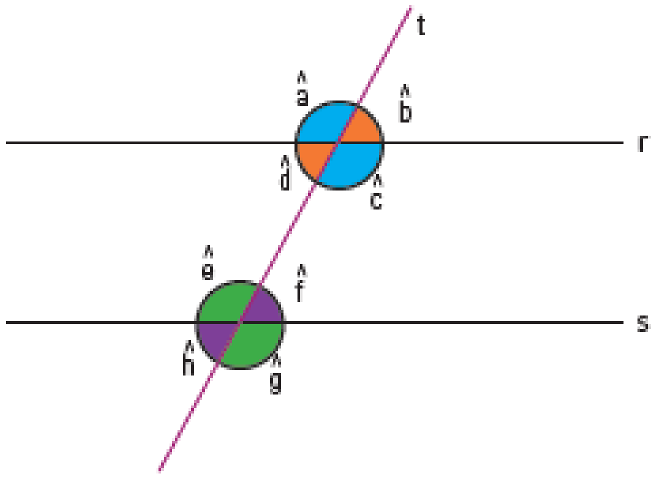
b)



Geometria plana (p. 4 a 8 – Módulo 4)

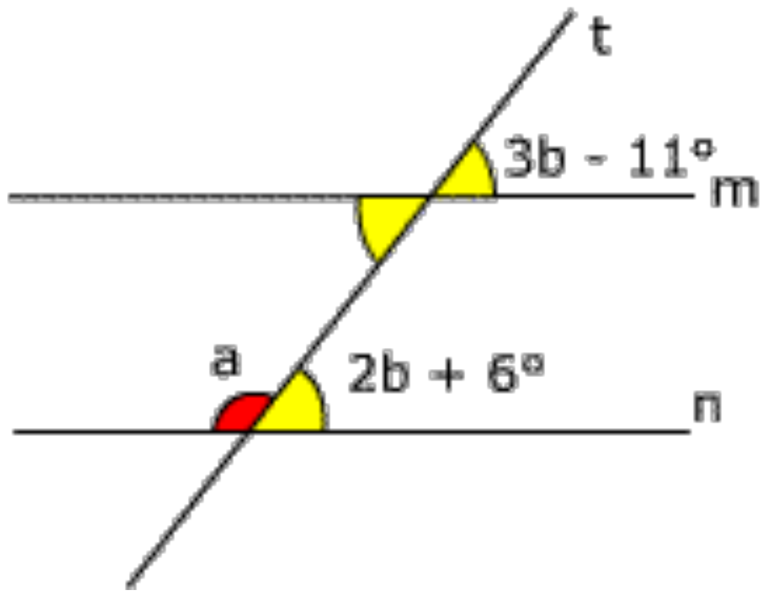
Ângulos correspondentes

- Ângulos de mesma medida;
- Quando unidas as retas r e s, eles ficam um sobre o outro.
- Exemplos da figura: $\hat{a}$ e $\hat{e}$, $\hat{b}$ e $\hat{f}$, $\hat{c}$ e $\hat{g}$, $\hat{d}$ e $\hat{h}$.

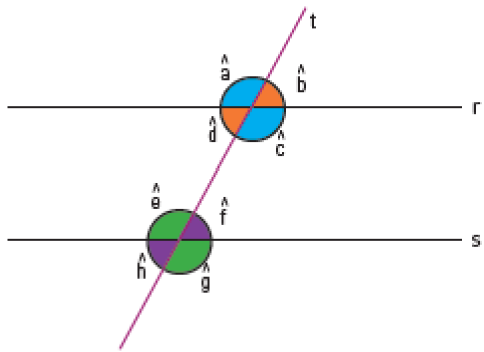


Atividade 6

Sabendo que as retas são duas paralelas cortadas por uma transversal, encontre a medida de a e b utilizando as definições de ângulos opostos pelo vértice, complementares, suplementares e correspondentes.



Geometria plana (p. 4 a 8 – Módulo 4)



Ângulos alternos

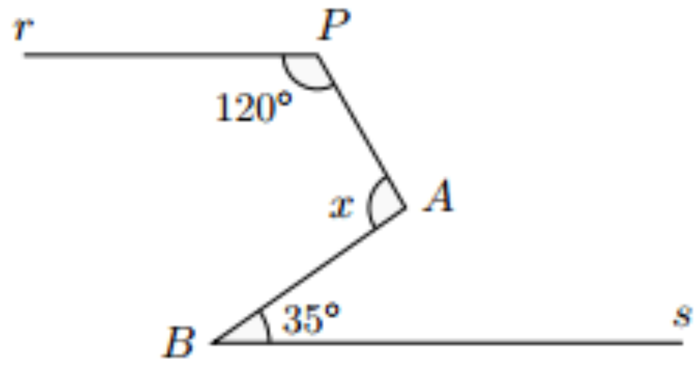
- Ângulos de mesma medida;
- Estão em lados **alternados** em relação à transversal t;
- Podem ser **internos** ou **externos** em relação às paralelas r e s;
- Exemplos da figura: $\hat{a}$ e $\hat{g}$, $\hat{b}$ e $\hat{h}$, $\hat{c}$ e $\hat{e}$, $\hat{d}$ e $\hat{f}$.

Ângulos colaterais

Ângulos suplementares (somam 180°);
- Estão no **mesmo lado** em relação à transversal t;
- Podem ser **internos** ou **externos** em relação às paralelas r e s;
- Exemplos da figura: $\hat{a}$ e $\hat{h}$, $\hat{b}$ e $\hat{g}$, $\hat{c}$ e $\hat{f}$, $\hat{d}$ e $\hat{e}$.

Atividade 7

Utilizando os conceitos estudados, de ângulos opostos pelo vértice, complementares, suplementares, correspondentes, alternos internos e externos e colaterais internos e externos, encontre o valor do ângulo x.



Geometria plana (p. 9 a 13 – Módulo 4)

Soma dos ângulos externos de um triângulo

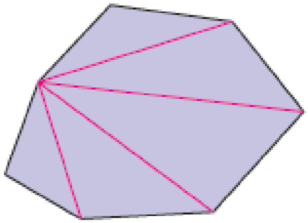
- Soma dos ângulos externos de um polígono **convexo** qualquer é sempre 360°.

Soma dos ângulos internos de um triângulo

- Soma dos ângulos internos de um polígono **convexo** de n lados é: $S_i = (n - 2) \cdot 180°$.

Todo polígono pode ser dividido em triângulos com diagonais a partir de um ponto.

Soma dos ângulos = nº de triângulos × 180°.



Atividade 8

Qual a soma dos ângulos internos de um:

a) Hexágono?

b) Pentágono regular?

c) Decágono?

d) Eneágono?

e) Icoságono?

Geometria plana (p. 13 a 34 – Módulo 4)

Área de figuras planas

Área de um triângulo:
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Fórmula de Herão:
$$A = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)}$$
p: semiperímetro
a, b e c são os lados do triângulo

Em um triângulo equilátero:
$$h = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{2} \text{ e } A = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$$

Área de um quadrado:
$A = \ell \cdot \ell = \ell^2$

Área de um hexágono regular:
$$A = \frac{3\ell^2\sqrt{3}}{2}$$

Área de um paralelogramo:
$A = b \cdot h$

Área de um polígono regular qualquer:
$$A = n \cdot \frac{\ell \cdot a}{2} \text{ ou } A = pa$$
n: número de lados
ℓ: raio da circunferência circunscrita
a: apótema
p: semiperímetro

Área de um trapézio:
$$A = \frac{(B + b)}{2} \cdot h$$

Área de um círculo:
$A = \pi \cdot r^2$

Atividade 9

Um terreno em formato triangular possui as seguintes medidas: 10 metros × 12 metros × 14 metros. Qual a área aproximada deste terreno?

a) 59 m^2

b) 41 m^2

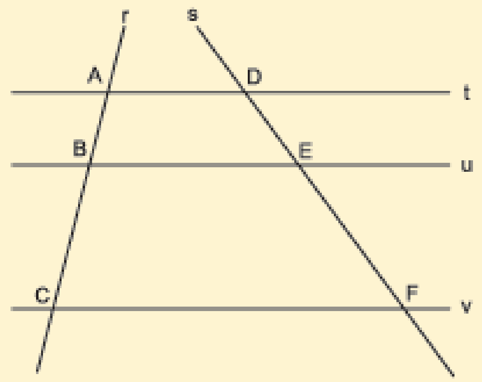
c) 36 m^2

d) 18 m^2

Relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo (p. 35 e 36 – Módulo 4)

Teorema de Tales

"A razão entre dois segmentos quaisquer de uma delas é equivalente à razão entre os respectivos segmentos correspondentes à outra."

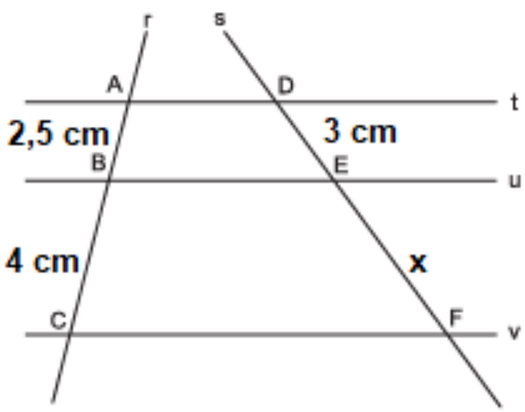


$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

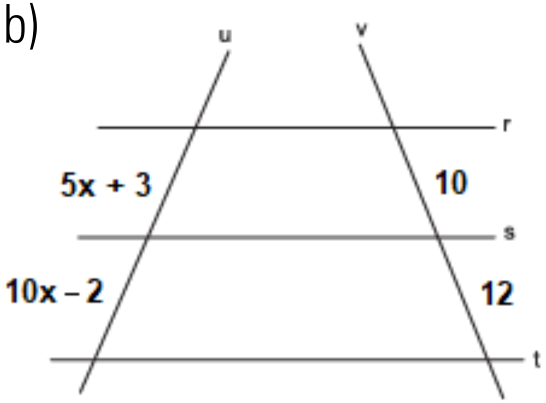
Atividade 10

Utilizando o Teorema de Tales, encontre o valor de x para os dois problemas abaixo:

a)



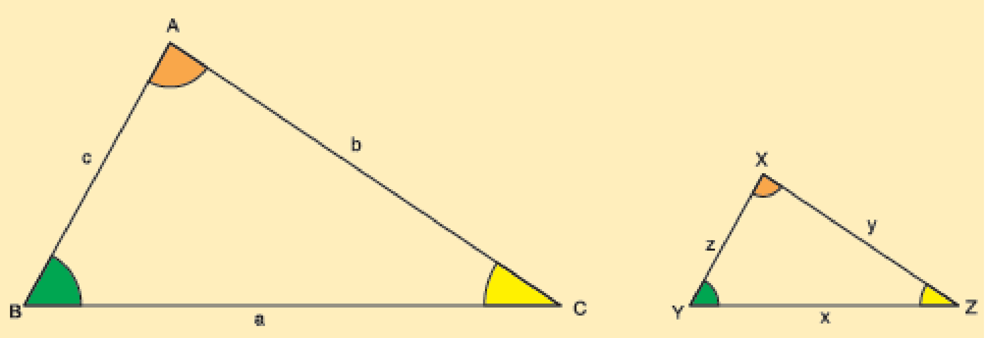
b)



Relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo (p. 36 a 39 – Módulo 4)

Semelhança de triângulos

Quando as medidas dos ângulos internos correspondentes são congruentes, e os lados homólogos, proporcionais.



Casos de semelhança:

- AA (ângulo, ângulo);
- LLL (lado, lado, lado);
- LAL (lado, ângulo, lado).

Triângulos semelhantes, pois:

$\hat{A} = \hat{X}, \hat{B} = \hat{Y}$ e $\hat{C} = \hat{Z}$

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = k$$

Atividade 11

A sombra de um prédio, em um determinado horário, é de 9 metros, enquanto a sombra de um poste mede 2,5 metros. Sabendo que a altura do poste é 4 m, qual a altura do prédio?

a) 5,6 m

b) 14,4 m

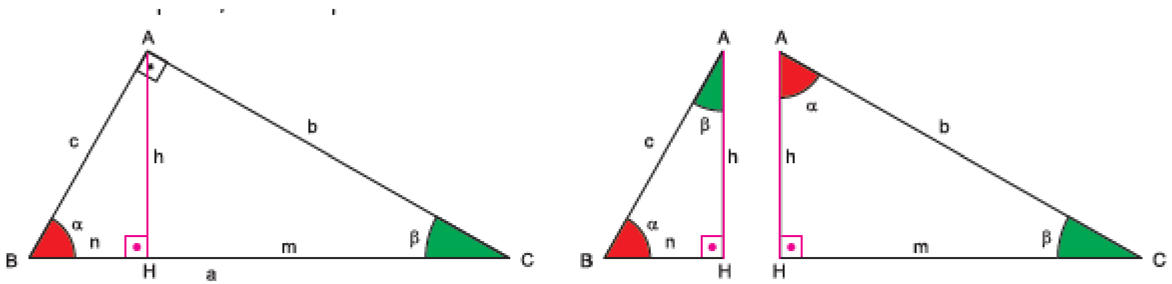
c) 18 m

d) 28,8 m

Relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo (p. 40 e 41 – Módulo 4)

Relações métricas no triângulo retângulo

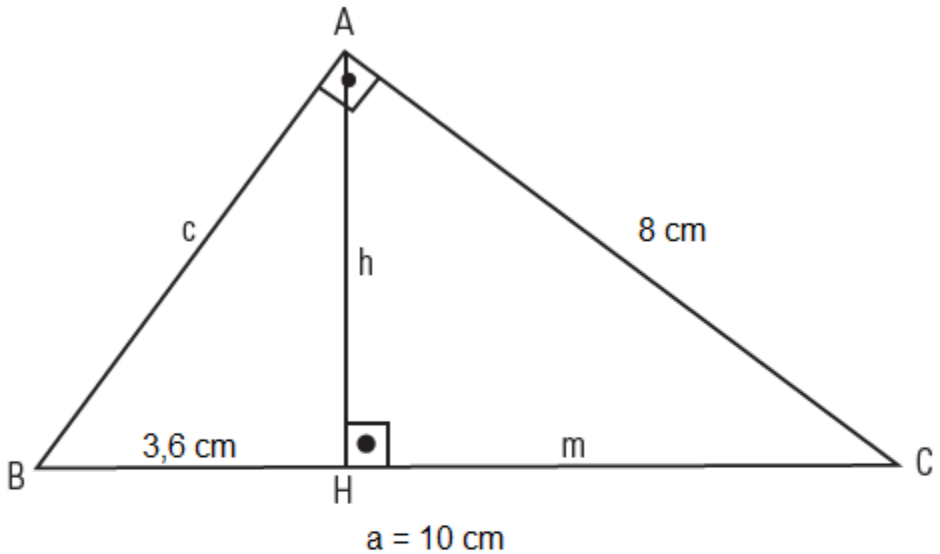
- Com base na semelhança de triângulos;
- Estabelecem relações entre as medidas do triângulo;
- Válidas apenas para **triângulos retângulos.**



$$a \cdot h = b \cdot c$$
$$c^2 = a \cdot n$$
$$b^2 = a \cdot m$$
$$h^2 = m \cdot n$$

Atividade 12

Encontre as medidas desconhecidas do triângulo abaixo utilizando as relações métricas conhecidas.



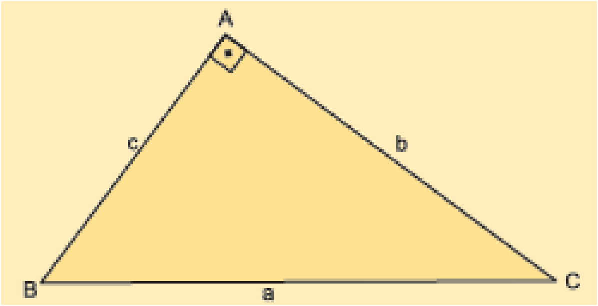
Relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo (p. 41 a 43 – Módulo 4)

Teorema de Pitágoras

- Utiliza a semelhança de triângulos para sua definição;
- Relações entre os lados de um **triângulo retângulo;**
- Uma das principais relações em triângulos retângulos.

$a^2 = b^2 + c^2$

"O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos."



Atividade 13

Em cada item abaixo estão listadas as medidas dos catetos de triângulos retângulos. Com base nessas medidas, encontre o valor da hipotenusa:

a) 5 mm e 12 mm

b) 12 cm e 16 cm

c) 1,5 dm e 3,6 dm

d) 20 m e 15 m

Relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo (p. 43 a 48 – Módulo 4)

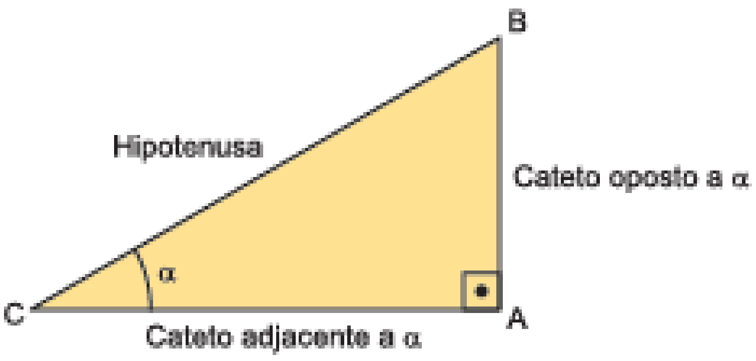
Trigonometria no triângulo retângulo

- Os catetos são separados em **adjacente** e **oposto**, de acordo com o ângulo;
- São estabelecidas três funções: seno, cosseno e tangente;
- Essas relações são sempre para **triângulos retângulos.**

$$\frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \text{seno de } \alpha$$

$$\frac{\text{cateto adjacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \text{cosseno de } \alpha$$

$$\frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{cateto adjacente a } \alpha} = \text{tangente de } \alpha$$



Atividade 14

Um avião decolou com um ângulo de 20° e atingiu 163,8 metros de altura. Qual a distância do ponto de decolagem, em relação ao solo, que este avião se encontra ao fim da subida? Use sen 20° = 0,342, cos 20° = 0,9397 e tg 20° = 0,364.

©Shutterstock/Hxdyl

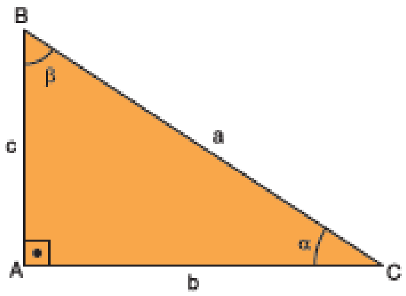
Relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo (p. 48 a 54 – Módulo 4)

Ângulos notáveis

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

- Ângulos especiais: 30°, 45° e 90°;
- Precisamos conhecer o seno, cosseno e tangente desses três ângulos;
- O seno de um ângulo é igual ao cosseno do seu complementar:

$$\text{sen } \alpha = \cos \beta$$
$$\text{sen } \beta = \cos \alpha$$



$$\text{sen } \hat{B} = \frac{b}{a} \qquad \text{sen } \hat{C} = \frac{c}{a}$$

$$\cos \hat{B} = \frac{c}{a} \qquad \cos \hat{C} = \frac{b}{a}$$

$$\text{tg } \hat{B} = \frac{b}{c} \qquad \text{tg } \hat{C} = \frac{c}{b}$$

Atividade 15

Uma pessoa avista um prédio de 34 metros de altura a um ângulo de 30°. Caminhando x metros, avista esse mesmo prédio a um ângulo de 60°. Qual a distância, aproximadamente, que equivale a x? Use $\sqrt{3} = 1,7$.

a) 60 metros
b) 48,2 metros
c) 26 metros
d) 11,8 metros

Relações trigonométricas em um triângulo qualquer (p. 55 a 57 – Módulo 4)

Lei dos senos

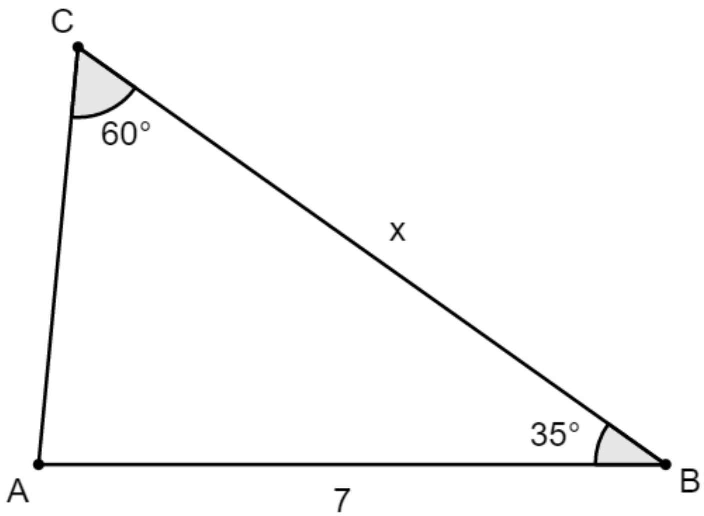
- Em um **triângulo qualquer;**
- Relaciona os senos dos ângulos com as medidas dos lados;
- É necessário ter dois ângulos e um lado ou um ângulo e dois lados.

$$\frac{a}{\text{sen}\,\hat{A}} = \frac{b}{\text{sen}\,\hat{B}} = \frac{c}{\text{sen}\,\hat{C}}$$

Atividade 16

Aplicando a Lei dos senos, encontre a medida de x no triângulo abaixo.

Use sen 85° = 0,996 e sen 60° = 0,866.



Relações trigonométricas em um triângulo qualquer (p. 57 a 60 – Módulo 4)

Lei dos cossenos

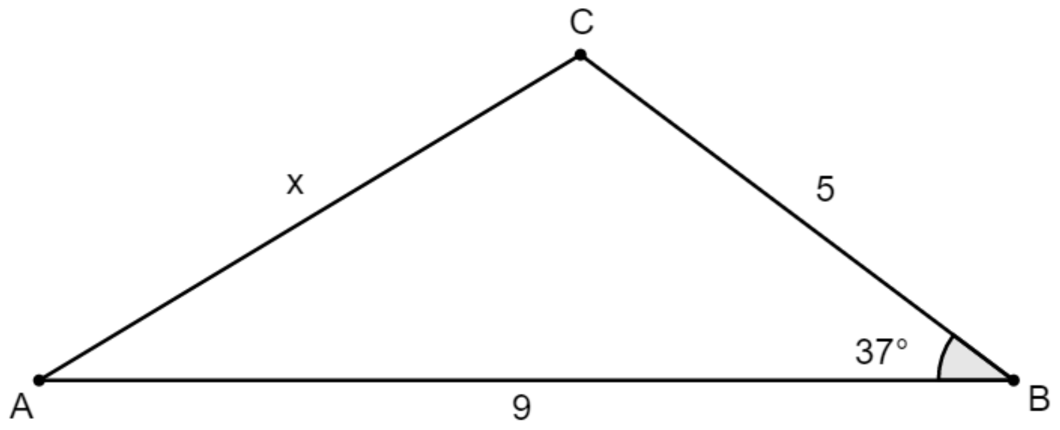
- Em um **triângulo qualquer;**
- Relaciona o cosseno de um ângulo com as medidas dos lados;
- É necessário ter um ângulo e dois lados ou os três lados.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\hat{A}$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos\hat{B}$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\hat{C}$$

Atividade 17

Aplicando a Lei dos cossenos, encontre a medida de x no triângulo abaixo.

Use cos 37° = 0,799.



Relações trigonométricas em um triângulo qualquer (p. 60 a 63 – Módulo 4)

Área de um triângulo qualquer

- Em um **triângulo qualquer;**
- Utiliza o seno de um ângulo conhecido;
- Precisa conhecer as medidas de dois lados e o ângulo entre eles.

$$A = \frac{b \cdot c \cdot \text{sen}\hat{A}}{2}$$

Atividade 18

Qual a área do triângulo isósceles com lados iguais medindo 8 cm e ângulo entre eles medindo 30°?

a) 8 cm^2

b) 16 cm^2

c) 24 cm^2

d) 32 cm^2