#ConquistaNoEstudo ▪ Semana18▪ Etapa2

Ensino Médio ▪ 1ª série

Matemática

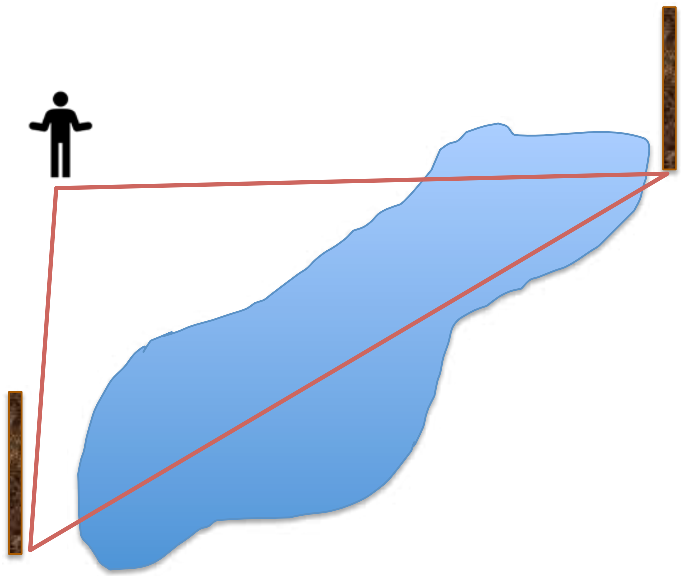
Neste Guia, você vai estudar sobre a lei dos senos e a lei dos cossenos.

Pág. 55 do Módulo 4

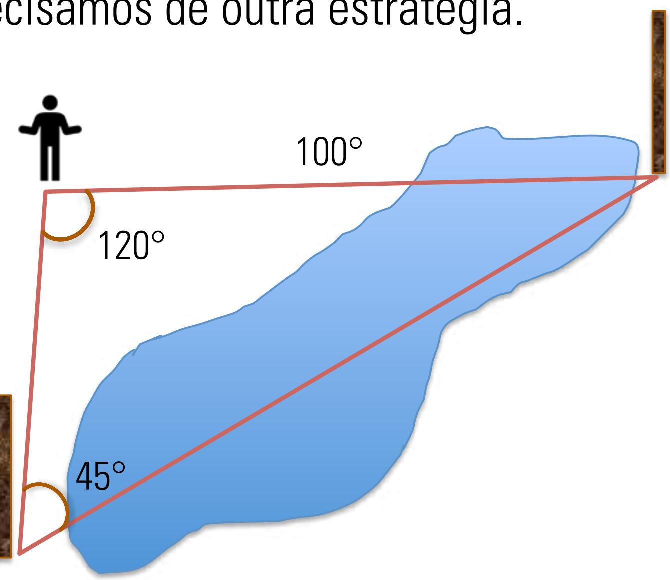
Profª. Conceição Longo

Lei dos senos

Qual é a distância entre os dois postes?

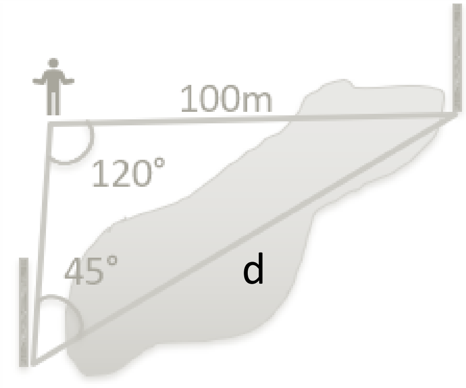


O lago atrapalha a medida direta, portanto, precisamos de outra estratégia.



O engenheiro mediu:

- a distância entre ele e o poste mais longe;
- o ângulo oposto à distância entre os postes;
- o ângulo oposto à distância entre o ele e o poste.



Como obter a distância entre os postes com esses dados?

$$\frac{a}{\text{sen } \alpha} = \frac{b}{\text{sen } \beta} = \frac{c}{\text{sen } \theta}$$

$$\frac{100}{sen45°} = \frac{d}{sen120°}$$

$$\frac{100}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{d}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\frac{2.100}{\sqrt{2}} = \frac{2.d}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{200}{\sqrt{2}} = \frac{2.d}{\sqrt{3}}$$

$$2\sqrt{2}d = 200\sqrt{3}$$

$$d = \frac{200\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$d = \frac{100\sqrt{3}}{\sqrt{2}} . \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$d = \frac{100\sqrt{6}}{2}$$

$$d = 50\sqrt{6}\text{ m}$$

Lei dos cossenos

Vimos na atividade anterior como resolver um problema usando a lei dos senos.

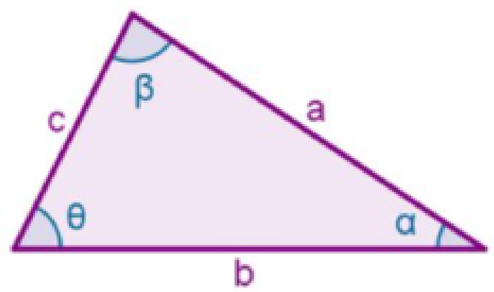
Agora, veremos algumas questões relacionadas à lei dos cossenos.

Mais uma importante relação da Trigonometria é a lei dos cossenos. Essa lei relaciona os três lados de um triângulo e apenas um único ângulo.

Vamos ver como ela funciona?

Se estivermos diante de um triângulo retângulo, poderemos utilizar o teorema de Pitágoras para a relação entre os seus lados.

A lei dos cossenos permite encontrar o valor da medida de um lado de um triângulo qualquer se a medida dos outros lados e o ângulo por eles formado forem conhecidos.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.cos\theta$$

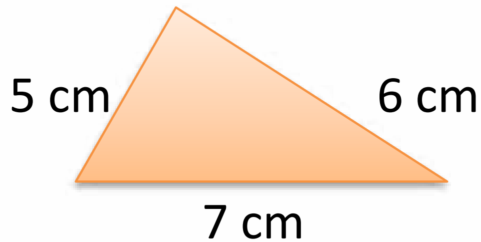
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.cos\beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.cos\alpha$$

Exemplo 1

1. Em um triângulo ABC, temos as seguintes medidas: AB = 6 cm, AC = 5 cm e BC = 7 cm. Determine o cosseno do ângulo Â.

Primeiro, vamos representar o triângulo ABC e, em seguida, aplicar a lei dos cossenos:



a = 7 cm, b = 6 cm e c = 5 cm

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.cos\theta$$

$7^2 = 6^2 + 5^2 - 2.6.5.\cos\hat{A}$

$49 = 36 + 25 - 60.\cos\hat{A}$

$49 - 36 - 25 = -60.\cos\hat{A}$

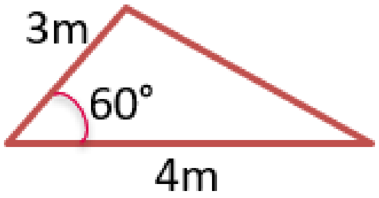
$-12 = -60.\cos\hat{A}$

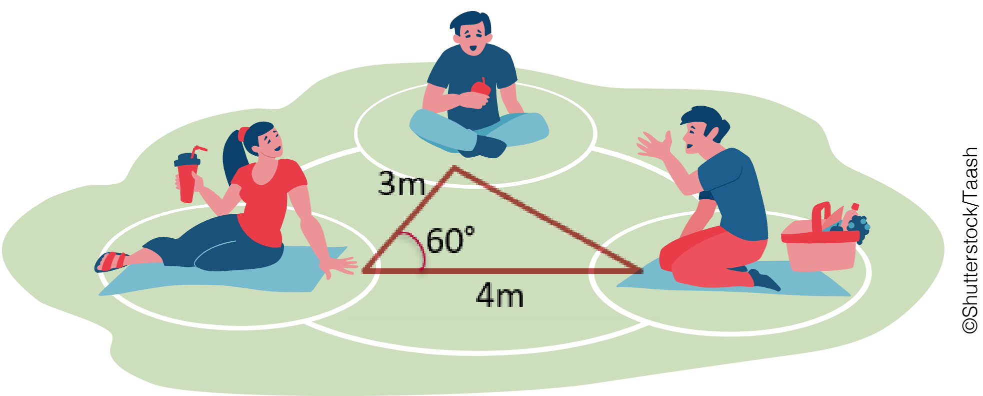
$60.\cos\hat{A} = 12$

$\cos\hat{A} = \frac{12}{60} \Rightarrow \cos\hat{A} = 0{,}2$

Exemplo 2

Três amigos estão posicionados para uma foto. Bruna está a três metros de distância de André e a quatro metros de distância de Carlos. Além disso, consegue observá-los sob um ângulo de 60°. Qual é a distância entre André e Carlos?





$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.cos\theta$$
$$a^2 = 3^2 + 4^2 - 2.3.4.cos60°$$
$$a^2 = 9 + 16 - 24.\frac{1}{2}$$
$$a^2 = 25 - 12$$
$$a^2 = 13$$
$$a = \sqrt{13} \cong 3{,}60\ m$$

RESUMINDO...

As razões trigonométricas seno, cosseno e tangente são formas de relacionar lados e ângulos de um triângulo retângulo.

Os ângulos de 30°, 45° e 60° são os mais comuns e, por isso, procuramos sempre nos lembrar dos seus respectivos valores de seno, cosseno e tangente. Esses valores estão nesta tabela:

TABELA DOS VALORES DOS ARCOS NOTÁVEIS

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

A lei dos senos e a lei dos cossenos possibilitam relacionar lados e ângulos de um triângulo qualquer, isto é, sem a necessidade de trabalharmos com triângulos retângulos.

A lei dos senos é definida por: $$\frac{a}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\,\beta} = \frac{c}{\text{sen}\,\theta}$$

A lei dos cossenos é definida por: $$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.cos\theta$$