#ConquistaNoEstudo ▪ Semana17 ▪ Etapa2

Ensino Médio ▪ 1ª série

Matemática

Neste Guia, você vai estudar sobre relações trigonométricas em um triângulo retângulo.

Pág. 43 do Módulo 4

Profª. Conceição Longo

O triângulo retângulo e as razões trigonométricas

Exemplos do uso de triângulos no nosso dia a dia:

©Shutterstock/Igor sokolov (breeze)

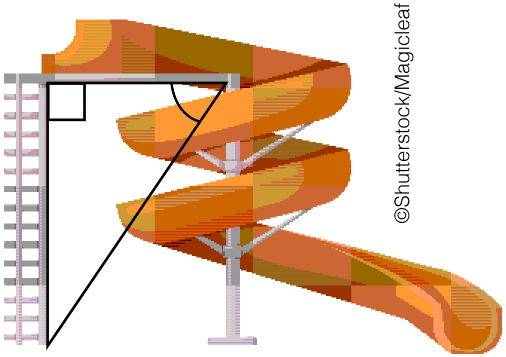
©Shutterstock/Firn

©Shutterstock/Valdis skudre

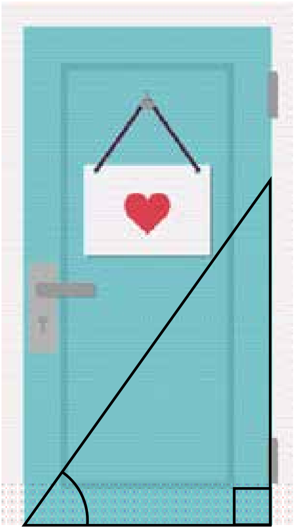
Um triângulo que possui um ângulo de 90° (reto) é chamado de triângulo retângulo.

Triângulos retângulos são figuras geométricas comuns no nosso dia a dia. Eles estão presentes nas mais diferentes situações.

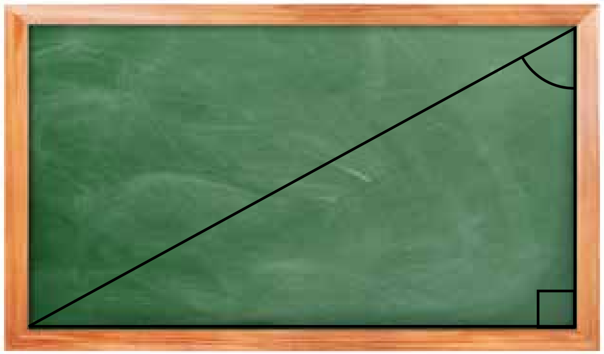
Veja alguns exemplos de objetos que possuem o formato ou que nos permitem enxergar triângulos retângulos:



©Shutterstock/Magicleaf



©Shutterstock/Judyjump



©Shutterstock/Studio Dream

Trigonometria

É um ramo da Matemática que estuda as relações entre os lados e os ângulos de um triângulo.

Um pouco de história...

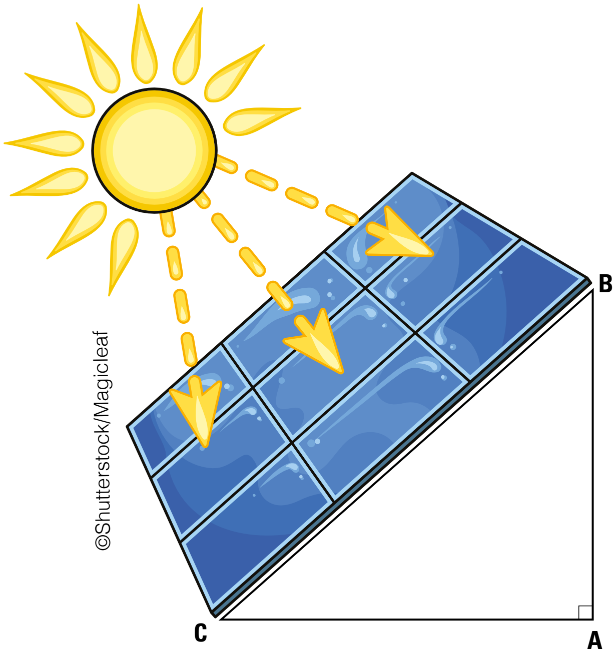
A origem da trigonometria é incerta. Porém, pode-se dizer que seu início se deu principalmente devido aos problemas gerados pela astronomia, pela agrimensura e pelas navegações, por volta do século IV ou V a. C., com os egípcios e babilônios.

A palavra “trigonometria” tem origem grega: TRI (três) + GONO (ângulo) + METRIEN (medida). Etimologicamente, significa “medida de triângulos”.

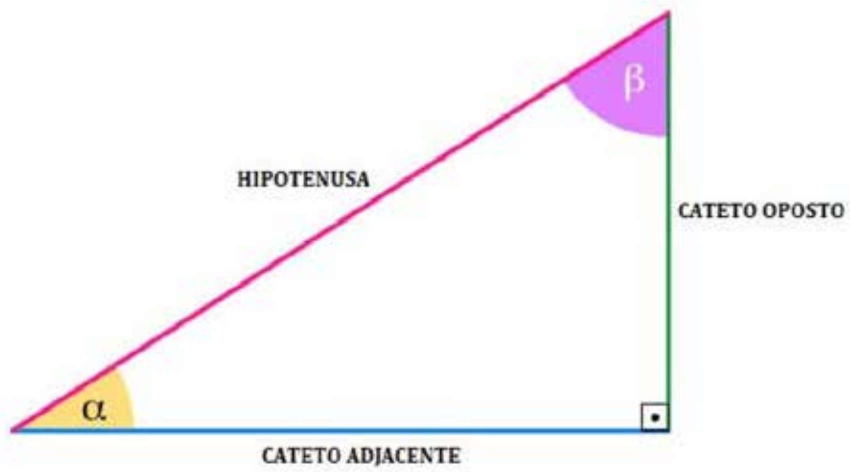
Algumas aplicações das relações do triângulo retângulo

1) Cálculo da altura de um farol:

2) Altura de um painel solar:



Razões trigonométricas de um triângulo retângulo



$$\text{Sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

$$\text{Cos } \alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$$

$$\text{Tg } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$$

Podemos concluir, então, que **o seno e o cosseno de quaisquer ângulos agudos são menores que 1**, pois os catetos são menores do que a hipotenusa

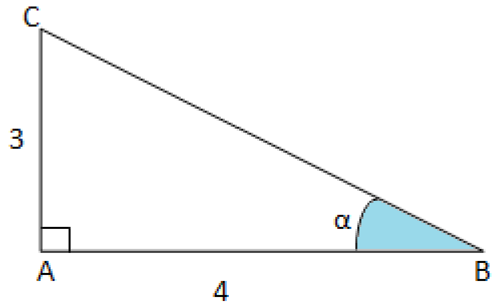
Exemplo 1

Dado o triângulo retângulo, calcule:

a) A medida BC;

b) As razões trigonométricas de α;

c) A área do triângulo ABC.



a) Para a medida BC vamos usar o teorema de Pitágoras: $a^2 = 3^2 + 4^2$

$a^2 = 9 + 16 \Rightarrow a^2 = 25 \Rightarrow a = \sqrt{25} \Rightarrow a = 5$, assim: BC = 5

b) $sen\ \alpha = \frac{cat\ oposto}{hipotenusa} = \frac{3}{5}$

$cos\ \alpha = \frac{cat\ adjacente}{hipotenusa} = \frac{4}{5}$

$tg\ \alpha = \frac{cat\ oposto}{cat\ adjacente} = \frac{3}{4}$

c) Área = $\frac{b\ x\ h}{2} = \frac{4\ x\ 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$

Ângulos notáveis

Os ângulos de 30°, 45° e 60° são chamados de notáveis, pois são os que com mais frequência calculamos.

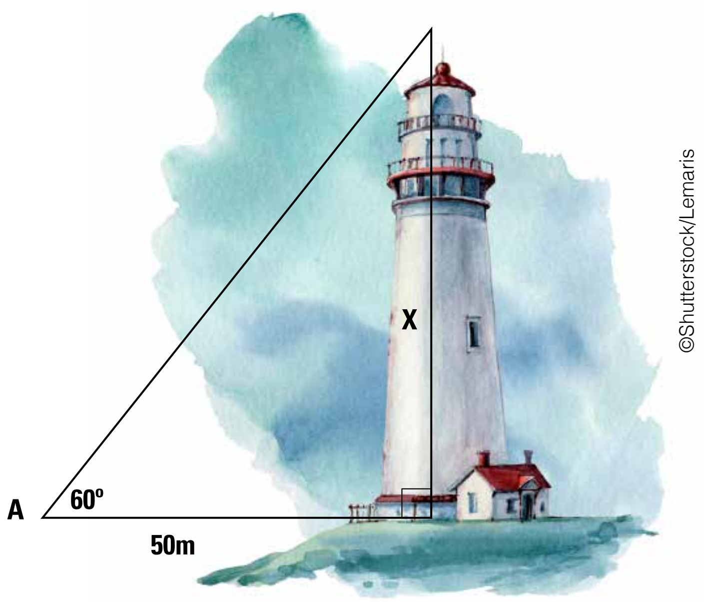
Sendo assim, é importante conhecer os valores de seno, cosseno e tangente desses ângulos.

Tabela dos ângulos notáveis:

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Exemplo 2

De um ponto A, a 50 metros de distância, uma pessoa enxerga o topo de um farol, segundo um ângulo de 60°. Qual é a altura desse farol?



$$tg\ \alpha = \frac{cat\ oposto}{cat\ adjacente}$$

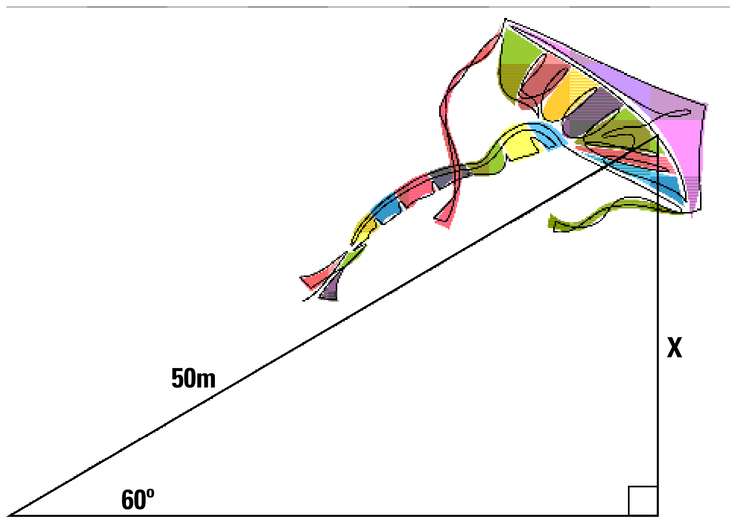
$$tg\ 60° = \frac{x}{50}$$

$$\sqrt{3} = \frac{x}{50}$$

$$x = 50\sqrt{3}\ \text{m}$$

Exemplo 3

Uma pipa ficou presa em um galho de uma árvore e seu fio ficou esticado, formando um ângulo de 60° com o solo. Sabendo que o comprimento do fio é de 50 metros, a que altura do solo, aproximadamente, encontrava-se a pipa?



$$sen\ \alpha = \frac{cat\ oposto}{hipotenusa}$$

$$sen\ 60° = \frac{x}{50}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{50}$$

$$2x = 50\sqrt{3}$$

$$x = \frac{50\sqrt{3}}{2}$$

$$x = 25\sqrt{3}\ m$$