#ConquistaNoEstudo ▪ Semana15 ▪ Etapa2

Ensino Médio ▪ 3ª série

Matemática

Neste Guia, você vai se preparar para o Enem 2020!

Profª. Conceição Longo

NA CONQUISTA DO ENEM!

Mais uma semana com resoluções comentadas de algumas questões do Enem.

Lembre-se que as provas ocorrerão em 2021.

Dia 17/01/2021 – Aplicação do Enem impresso – 1º dia
Dia 24/01/2021 – Aplicação do Enem impresso – 2º dia
Dia 31/01/2021 – Aplicação do Enem digital – 1º dia
Dia 07/02/2021 – Aplicação do Enem digital – 2º dia

ENEM 2018: QUESTÃO 164 – CADERNO AMARELO

1. A Transferência Eletrônica Disponível (TED) é uma transação financeira de valores entre diferentes bancos. Um economista decide analisar os valores enviados por meio de TEDs entre cinco bancos (1, 2, 3, 4 e 5) durante um mês. Para isso, ele dispõe esses valores em uma matriz $A = [a_{ij}]$, em que $1 \leq i \leq 5$ e $1 \leq j \leq 5$, e o elemento a_{ij} corresponde ao total proveniente das operações feitas via TED, em milhão de real, transferidos do banco *i* para o banco *j* durante o mês. Observe que os elementos $a_{ii} = 0$, uma vez que TED é uma transferência entre bancos distintos. Esta é a matriz obtida para essa análise:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Com base nessas informações, o banco que transferiu a maior quantia via TED é o banco:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

Essa questão trata sobre matrizes, um assunto que é muito pouco cobrado na prova do Enem, ocupando apenas 1% das questões, mas foi cobrado em 2018. Vale a pena conferir!

Definição de matrizes é o assunto que precisamos saber para resolver essa questão. Esse assunto você encontra no Módulo 10, Capítulo 2, página 25.

A questão trata da representação de uma matriz A = (a_{ij})m x n, com 1 ≤ i ≤ m e 1 ≤ j ≤ n.

Os elementos que normalmente são representados por *ij* representam a posição na linha e na coluna, respectivamente.

$$a_{ij}\begin{cases} i: linha \\ j: coluna \end{cases}$$

O que vale, neste caso, é a posição, e não a letra i ou j. Tome cuidado para não errar a questão.

Importante observar na questão que o i vai de 1 a 5 e o j também, de 1 a 5: $1 \leq i \ \leq 5$ e $1 \leq j \ \leq 5$, daí a matriz com 5 linhas e 5 colunas.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Um detalhe importante do enunciado: transferidos do banco *i* para o banco *j* , então, por exemplo, um elemento que está na posição:

a_{32}

O banco 3 transferiu a quantia para o banco 2

E na matriz, onde está este elemento a_{32}?

3ª linha da 2ª coluna

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

a_{32}= 2, ou seja do banco 3 para o banco 2 foram transferidos R$ 2.000.000,00 (dois milhões)

Agora, observe a_{ii} = 0, ou seja, os elementos da diagonal principal da matriz são todos iguais a zero, até porque não fazemos uma transferência de um banco para o mesmo banco.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Observando a 1ª linha da matriz, temos:

a_{11} : 0

a_{12} : representa a transferência do banco 1 para o banco 2

a_{13} : representa a transferência do banco 1 para o banco 3

a_{14} : representa a transferência do banco 1 para o banco 4

a_{15} : representa a transferência do banco 1 para o banco 5

O que representa a quantia de: 2 + 0 + 2 + 2 = R$ 6.000.000,00

Do banco 2 para os outros bancos, temos: 0 + 2 + 1 + 0 = R$ 3.000.000,00
Do banco 3 para os outros bancos, temos: 1 + 2 + 1 + 1 = R$ 5.000.000,00
Do banco 4 para os outros bancos, temos: 0 + 2 + 2 + 0 = R$ 4.000.000,00
Do banco 5 para os outros bancos, temos: 3 + 0 + 1 + 1 = R$ 5.000.000,00

Logo, o banco que mais transferiu foi o banco 1. Alternativa a.

ENEM 2018: QUESTÃO 137 – CADERNO AZUL

Um contrato de empréstimo prevê que quando uma parcela é paga de forma antecipada, conceder-se-á uma redução de juros de acordo com o período de antecipação. Nesse caso, paga-se o valor presente, que é o valor, naquele momento, de uma quantia que deveria ser paga em uma data futura. Um valor presente P submetido a juros compostos com taxa i, por um período de tempo n, produz um valor futuro V determinado pela fórmula: $V = P.(1+i)^n$.

Em um contrato de empréstimo com sessenta parcelas fixas mensais, de R$820,00, a uma taxa de juros de 1,32% ao mês, junto com a trigésima parcela será paga antecipadamente uma outra parcela, desde que o desconto seja superior a 25% do valor da parcela.

Utilize 0,2877 como aproximação para In $\frac{4}{3}$ e 0,0131 como aproximação para In (1,0132).

A primeira das parcelas que poderá ser antecipada junto com a 30ª é a:

a) 56ª
b) 55ª
c) 52ª
d) 51ª
e) 45ª

Essa fórmula você deve conhecer: $V = P.(1+i)^n$.
V é o valor futuro; P é o valor presente; i é a fator de capitalização e n o período de tempo. Fórmula clássica do mundo da matemática financeira!

Além disso, o problema sugere a seguinte interpretação: se eu antecipo uma prestação que eu deveria pagar daqui a um ou dois meses, é de certa forma esperado que seja concedido um desconto; assim como se eu demorar para pagar, vou pagar uma multa, um juro. Se eu antecipo, eu pago menos, se eu atraso, eu pago mais.

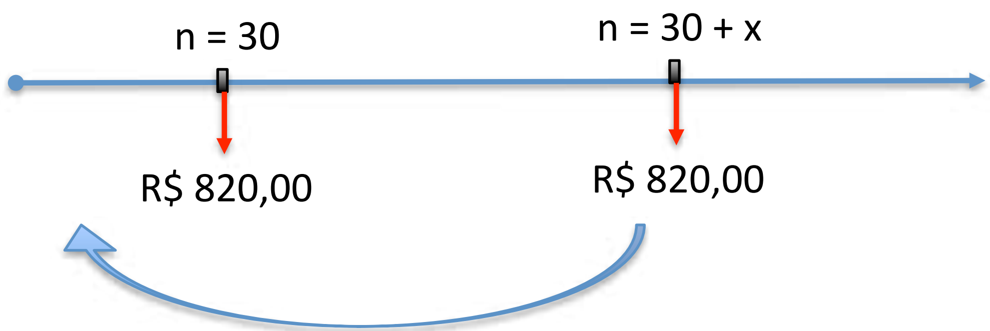
$V = P.(1+i)^n$
Parcelas fixas: R$ 820,00
I = 1,32% ao mês

alguns dados importantes do enunciado do problema

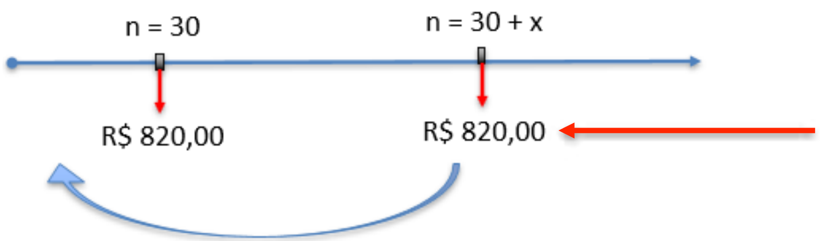
Observe o esquema para entender o que está por trás da linha de raciocínio do problema.

Dinheiro entrando

Dinheiro saindo

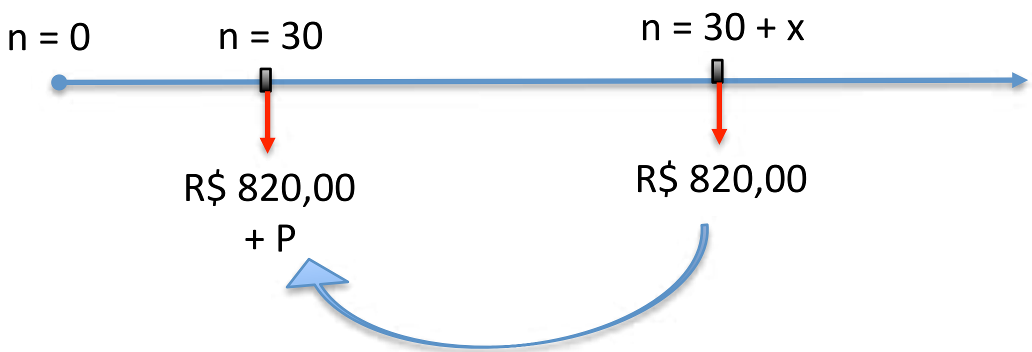


Essa é a parcela que eu quero trazer para o momento em que eu estiver pagando a parcela de nº 30 do financiamento, e trazer essa parcela no momento em que eu vou realizar esse pagamento terá um desconto superior a 25% do valor da parcela.



Esse é um valor futuro e vou chamar de V, será trazido para o "passado" no momento em que n = 30.

No momento em que V é trazido para o "passado", ele irá se converter em um valor P "presente". Nesse momento n = 30 eu terei duas parcelas para pagar.



$$820 = P.(1 + 0{,}0132)^x$$

$$820 = P.(1{,}0132)^x$$

$$\boxed{\frac{820}{(1{,}0132)^x} = P}$$

P tem que representar pelo menos 25% a menos no valor da parcela, ou seja, ele tem que valer no máximo 75% do valor da prestação.

$$P \leq 75\%\, V$$

$$P \leq \frac{75}{100}.820$$

$$\boxed{P \leq \frac{3}{4}.820}$$

Com esses dois resultados eu consigo montar uma inequação exponencial!

$$\frac{820}{(1{,}0132)^x} \leq \frac{3}{4}.820$$

$$\frac{1}{(1{,}0132)^x} \leq \frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{3} \leq (1{,}0132)^x$$

Socorro!!! Logaritmo???

$$\frac{4}{3} \leq (1{,}0132)^x$$

$$ln\frac{4}{3} \leq ln(1{,}0132)^x$$

$$ln\frac{4}{3} \leq x.\ln(1{,}0132)$$

0,2877 ≤ x . 0,0131

$$\frac{0{,}2877}{0{,}0131} \leq x$$

x ≥ 21,96...

E x não pode ser fracionário: veja, eu não posso falar que vou trazer a parcela 21 vírgula tal para o passado...

Preciso de um valor inteiro que seja ≥ 21,96, portanto, x = 22. A parcela que eu vou trazer do futuro para o presente será a parcela 30 + 22 = 52ª parcela. Alternativa c.