#CONQUISTANOESTUDO ▪ SEMANA15▪ ETAPA2

ENSINO MÉDIO ▪ 2ª SÉRIE

MATEMÁTICA

Neste Guia, você vai estudar sobre combinação simples.

Pág. 19 do Módulo 8

Profª. Conceição Longo

Combinação, o que é?

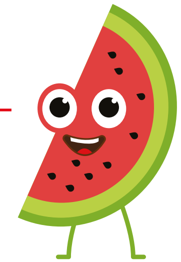
A combinação está presente em várias situações do nosso cotidiano. Existem ocasiões em que podemos realizar a contagem das possibilidades, por exemplo:

Luciana vai preparar uma vitamina com diferentes frutas. As suas opções são as seguintes: abacate, mamão, banana, maçã, morango e laranja. Porém, dessas seis escolhas possíveis, Luciana pode combinar dois tipos delas. O quadro a seguir mostra essas possibilidades:

mamão e banana	maçã e morango	abacate e mamão
mamão e maçã	maçã e laranja	abacate e banana
mamão e morango	banana e morango	abacate e maçã
mamão e laranja	banana e laranja	abacate e morango
banana e maçã	morango e laranja	abacate e laranja

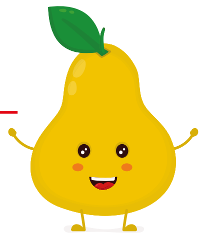
Se Luciana escolher, por exemplo, mamão e laranja, nessa ordem, é o mesmo que escolher laranja e mamão. Isso quer dizer que a ordem em que escolher as frutas não vai interferir no resultado final.

Ah, então cada uma das possibilidades anteriores é uma combinação simples das seis frutas tomadas duas a duas. Interessante!



Além disso, na combinação simples, a ordem não interfere no resultado.

Mas... e se fossem 10 frutas ou mais, seria preciso contá-las uma a uma?



Não! Para se realizar a contagem de todas as possibilidades, é utilizada uma fórmula específica, veja: $C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$, no nosso exemplo, temos:

$$C_{6,2} = \frac{6!}{2!\,(6-2)!} = \frac{6!}{2!\,4!} = \frac{6.5.4!}{2!\,4!} = \frac{30}{2.1} = 15 \text{ possibilidades}$$

Exemplo 1

Tenho cinco candidatas (A, B, C, D, E) e quero escolher três delas para uma vaga de secretária. Quantas alternativas tenho?

$$C_{5,3} = \frac{5!}{3!\,(5-3)!} = \frac{5!}{3!\,2!} = \frac{5.4.3!}{3!\,2!} = \frac{20}{2.1} = 10 \text{ alternativas}$$

Exemplo 2

Quantas saladas contendo exatamente quatro ingredientes podemos formar se dispormos de 10 ingredientes diferentes entre legumes e verduras?

$$C_{10,4} = \frac{10!}{4!\,(10-4)!} = \frac{10!}{4!\,6!} = \frac{10.9.8.7.6!}{4.3.2.1.6!} = \frac{10.9.8.7}{4.3.2.1} = 210 \text{ saladas diferentes}$$

Faça você!

1. Um pizzaiolo tem à sua disposição ingredientes para fazer pizzas de cinco sabores diferentes: atum (A), calabresa (C), milho (M), frango (F) e quatro queijos (Q). Cada cliente pode escolher três sabores para sua pizza. Quantas são as possibilidades de pizzas que podem ser feitas com três dos cinco sabores disponíveis? R: 10 possibilidades.

2. Uma pequena fábrica de sorvetes possui à disposição sete variedades de frutas tropicais e pretende misturá-las duas a duas na fabricação do produto. Quantos serão os tipos de sorvete disponíveis? R: 21 tipos de sorvetes.

3. De quantas maneiras distintas eu posso escolher seis números para jogar na mega-sena?
R: 50.063.860 maneiras.

4. Um técnico de um time de voleibol possui à sua disposição 15 jogadores que podem jogar em qualquer posição. De quantas maneiras ele poderá escalar seu time? R: 5.005 maneiras.

5. Quantas comissões de quatro elementos podemos formar com 20 alunos de uma turma?
R: 4.845 comissões.

Portanto, para o pai ficar à esquerda da mãe, temos 24 posições diferentes.

1. Quantas diretorias de quatro membros podemos formar com 10 sócios de uma empresa? Repare que não foi colocada uma hierarquia na diretoria. Isto é, compor uma diretoria com ABCD ou ACDB é a mesma coisa. Precisamos, então, retirar as repetições.

1º membro	2º membro	3º membro	4º membro
10 possib	9 possib	8 possib	7 possib

Há 10 x 9 x 8 x 7 = 5.040 possibilidades.

Nessa escolha estão incluídas as repetições das escolhas, embora fora da ordem. Quantas são?

Dos quatro escolhidos ABCD, há 4! formas de se apresentarem em ordem trocadas, mas que não fazem diferença na composição da diretoria. Logo, o total de maneiras de compor a diretoria é: $\frac{5.040}{4!} = \frac{5.040}{24} = 210$ possibilidades.

É possível pensar de outra forma.

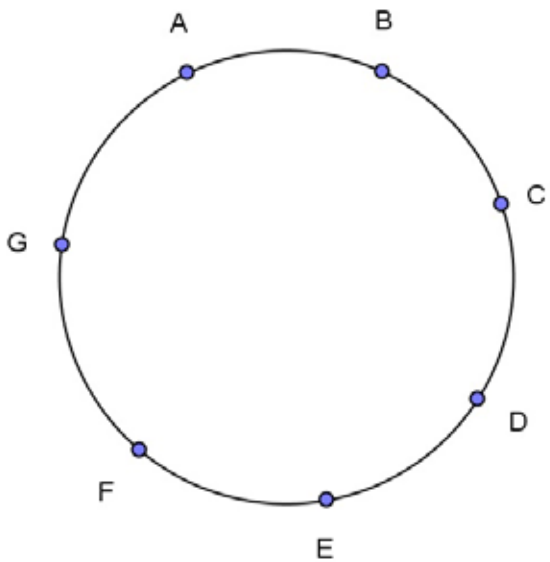
Enfileirando os 10 sócios, temos ABCDEFGHIJ.

Eles podem trocar de lugares 10! formas.

Como serão escolhidos quatro sócios e sobram seis, há na verdade 4! X 6! formações repetidas. A conta também poderia ser representada por:

$$C_{10,4} = \frac{10!}{4!(10-4)!} = \frac{10!}{4!6!} = \frac{10.9.8.7}{4.3.2.1} = 210 \text{ comissões}$$

2. Em uma circunferência são marcados sete pontos distintos: A, B, C, D, E, F e G. Com estes pontos, quantas cordas podem ser traçadas?



Observe pelo desenho que a corda AD é a mesma que DA, indicando que a ordem de ligação dos pontos não importa. Logo, temos:

$$C_{7,2} = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2!5!} = \frac{7.6.5!}{2!5!} = 21 \text{ cordas}$$

3. Diagonal de um polígono convexo é o segmento de reta que une dois vértices não consecutivos do polígono. Se um polígono convexo tem nove lados, qual é o seu número total de diagonais?

A diagonal é o segmento que liga dois pontos *não* consecutivos. Precisamos, então, após agrupar os nove pontos dois a dois, retirar os segmentos que indicam os nove lados. Calculando só as diagonais, temos: $C_{9,2} = \frac{9!}{2!(9-2)!} = \frac{9!}{2!\,7!} = \frac{9.8.7!}{2.1.7!} = 36$

36 – 9 = 27 diagonais

O número de diagonais de um polígono convexo é calculado também por meio da fórmula $d = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{9\,(9-3)}{2} = \frac{9.6}{2} = \frac{54}{2} = 27 \text{ diagonais}$