CONQUISTA
SOLUÇÃO EDUCACIONAL

Matemática

9º ano

CONQUISTA
SOLUÇÃO EDUCACIONAL

Matemática
Semana 13 – 2º semestre – 9º EF2
Neste Guia, você vai estudar sobre divisão em partes proporcionais.
Pág. 20 do Volume 4
Profª. Conceição Longo

A GRANDE JOGADA

©Shutterstock/Vasilyeva Larisa

* **Bolão** é uma modalidade de aposta em que vários apostadores se juntam para adquirir uma série de cartões, aumentando a probabilidade de acertos, e com posterior divisão dos prêmios.

Caso esse grupo de amigos ganhe o prêmio, qual seria a quantia que cada um receberia, sabendo que deve ser proporcional àquilo que apostou.

©Shutterstock/Vasilyeva Larisa

Antes, vamos considerar alguns aspectos matemáticos do problema. Considere que $Q_1, Q_2, Q_3, \ldots, Q_n$ são as quantias que caberão a cada uma das n partes do problema e que $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n$ são as respectivas partes envolvidas. Podemos estabelecer que $Q_1, Q_2, Q_3, \ldots, Q_n = \text{total}$.

A soma de cada uma das quantias do resultado deve ser igual ao total a ser dividido. Além disso, uma vez que as partes da divisão são proporcionais, podemos afirmar que:

$$\frac{Q_1}{P_1} = \frac{Q_2}{P_2} = \frac{Q_3}{P_3} = \cdots = \frac{Q_n}{P_n}$$

Desse modo, a quantia dada a cada um, quando dividida pelo tamanho da sua parte, será sempre proporcional.

Voltando ao problema, da divisão dos R$ 10.000.000,00, podemos escrever as seguintes relações:

$$\begin{cases} Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 10.000.000 \\ \dfrac{Q_1}{20} = \dfrac{Q_2}{15} = \dfrac{Q_3}{8} = \dfrac{Q_4}{7} \end{cases}$$

Vamos determinar a constante de proporcionalidade.

$$\frac{Q_1}{20} + \frac{Q_2}{15} + \frac{Q_3}{8} + \frac{Q_4}{7} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4}{50} = \frac{10.000.000}{50} = 200.000$$

Agora, multiplicamos essa constante de proporcionalidade pela quantia apostada por cada amigo.

$$\frac{Q_1}{20} = 200.000 \Rightarrow Q_1 = 200.000 \,.\, 20 \Rightarrow Q_1 = 4.000.000$$

$$\frac{Q_2}{15} = 200.000 \Rightarrow Q_2 = 200.000 \,.\, 15 \Rightarrow Q_2 = 3.000.000$$

$$\frac{Q_3}{8} = 200.000 \Rightarrow Q_3 = 200.000 \,.\, 8 \Rightarrow Q_3 = 1.600.000$$

$$\frac{Q_4}{7} = 200.000 \Rightarrow Q_4 = 200.000 \,.\, 7 \Rightarrow Q_4 = 1.400.000$$

Assim, Lucas receberá R$ 4.000.000,00; Geane, R$ 3.000.000,00; Hugo, R$ 1.600.000,00 e Tânia, R$ 1.400.000,00.

Divisão proporcional

Podemos definir uma DIVISÃO PROPORCIONAL como uma forma de divisão na qual se determinam valores que, divididos por quocientes previamente determinados, mantêm-se uma razão constante (que não tem variação).

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Dada uma sucessão de valores (a_1, a_2, a_3, ...), dizemos que esses valores são **diretamente proporcionais** aos correspondentes valores da sucessão (b_1, b_2, b_3, ...) quando suas razões forem iguais entre cada valor de uma das sucessões e o valor correspondente da outra.

GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Dada a sucessão de valores (a_1, a_2, a_3, ...) todos diferentes de zero, dizemos que esses valores são **inversamente proporcionais** aos correspondentes valores da sucessão (b_1, b_2, b_3, ...), todos também diferentes de zero, quando forem iguais os produtos entre cada valor de uma das sucessões e o valor correspondente da outra.

Em outras palavras, duas grandezas são **diretamente proporcionais** quando, aumentando uma delas, a outra também aumenta na mesma proporção, ou, diminuindo uma delas, a outra também diminui na mesma proporção.

Duas grandezas são **inversamente proporcionais** quando, aumentando uma delas, a outra diminui na mesma proporção, ou, diminuindo uma delas, a outra aumenta na mesma proporção.

GRANDEZA

É tudo que possa ser medido

Diretamente Proporcional

Quando uma aumenta a outra aumenta

Inversamente Proporcional

Quando uma aumenta a outra dimunui

EXEMPLO 1: Os valores 6, 7, 10 e 15, nessa ordem, são diretamente proporcionais aos valores 12, 14, 20 e 30, respectivamente, pois:

$$\frac{6}{12} = \frac{7}{14} = \frac{10}{20} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

Nesse caso, $\frac{1}{2}$ é o fator de proporcionalidade.

EXEMPLO 2: Os valores 2, 3, 5 e 12 são inversamente proporcionais aos valores 30, 20, 12 e 5, nessa ordem, pois:

$$2 \cdot 30 = 3 \cdot 20 = 5 \cdot 12 = 12 \cdot 5 = 69$$

Nesse caso, 60 é o fator de proporcionalidade.

EXEMPLO 3: Devemos dividir entre Lucas, Pedro e Raul 46 bolinhas de forma diretamente proporcional às suas idades, que são 4, 7 e 12 anos, respectivamente.

$$\frac{L}{4}+\frac{P}{7}+\frac{R}{12}=\frac{L+P+R}{23}=\frac{46}{23}=2$$

$$\frac{L}{4}=2 \Rightarrow L=8$$

$$\frac{p}{7}=2 \Rightarrow R=14$$

$$\frac{R}{12}=2 \Rightarrow R=8$$

Lucas ficará com 8 bolinhas, Pedro com 14 bolinhas e Raul com 8 bolinhas.

A divisão inversamente proporcional segue o mesmo princípio da outra, mas a relação entre as partes é inversa. Assim, quando da divisão das quantias, devemos dividir pelo inverso das partes o que, na prática, significa multiplicar. Vejamos:

EXEMPLO 4: Uma empresa deseja dividir R$ 11.000,00 entre três funcionários, de forma inversamente proporcional às suas faltas. O primeiro funcionário faltou cinco dias no ano, o segundo 10 dias e o terceiro faltou 15 dias.

$$\frac{Q_1}{\frac{1}{5}} + \frac{Q_2}{\frac{1}{10}} + \frac{Q_3}{\frac{1}{15}} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{\frac{6+3+2}{30}} = \frac{11.000}{\frac{11}{30}} \Rightarrow \frac{11.000.30}{11} = 30.000$$

$$\frac{Q_1}{\frac{1}{5}} = 30.000 \Rightarrow Q_1 = 30\,000.\frac{1}{5} \Rightarrow Q_1 = 6.000$$

$$\frac{Q_2}{\frac{1}{10}} = 30.000 \Rightarrow Q_2 = 30\,000.\frac{1}{10} \Rightarrow Q_2 = 3.000$$

$$\frac{Q_3}{\frac{1}{15}} = 30.000 \Rightarrow Q_3 = 30\,000.\frac{1}{15} \Rightarrow Q_3 = 2.000$$

O primeiro funcionário receberá R$ 6.000,00; o segundo, R$ 3.000,00 e o terceiro, R$ 2.000,00.

Resolva e confira suas respostas!

1. Divida o número 250 em partes diretamente proporcionais a 15, 9 e 6. R: 125, 75 e 50.

2. Divida o número 48 em partes inversamente proporcionais a $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{8}$. R: 9, 15 e 24.

3. Divida o número 70 em partes proporcionais a 2, 3 e 5 e calcule a soma entre a menor e a maior parte. R: 49

4. Uma empresa lucrou R$ 30.000,00. O sócio A investiu R$ 60.000,00, o sócio B R$ 40.000,00 e o sócio C, R$ 50.000,00. Qual a parte correspondente de cada um? R: A: R$ 12.000,00; B: R$ 8.000,00 e C: R$ 10.000,00.

5. Um prêmio foi dividido de forma proporcional às idades dos herdeiros, que tinham 35, 32 e 23 anos. O mais velho recebeu R$ 525,00, quanto recebeu o mais novo? R: R$ 345,00.