

#CONQUISTANOESTUDO ▪ SEMANA3 ▪ ETAPA2

ENSINO MÉDIO ▪ 3.ª SÉRIE

MATEMÁTICA

Neste Guia você vai estudar sobre representação geométrica de número complexo.

Pág. 13 a 29 do Módulo 3

Prof^a. Conceição Longo

Representação geométrica de um número complexo

No início do século XIX, os matemáticos Carl Friedrich Gauss (1777-1855) e Jean Robert Argand (1768-1822), em trabalhos independentes, perceberam a ligação existente entre as partes real e imaginária de um número complexo, com as coordenadas de um ponto no plano cartesiano, e criaram um plano com as mesmas características, tornando possível a visualização desses números.



©Wikimedia Commons/A. Wittmann

Carl Friedrich Gauss



©Wikimedia Commons/A. Wittmann

Jean Robert Argand

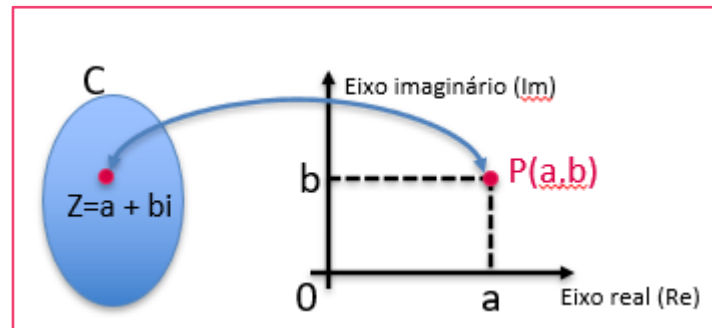
Da mesma forma que a cada número real pode-se associar um único ponto da reta real, a cada elemento $\mathbf{a + bi}$ do conjunto dos números complexos, corresponde um único ponto $\mathbf{P (a, b)}$ do plano cartesiano, e vice-versa.

A parte real de z é representada no eixo das abscissas, que é chamado de **eixo real**, e a parte imaginária, no eixo das ordenadas, que é o **eixo imaginário**.

O número complexo $z = a + bi$ é representado, no plano de Argand-Gauss, pelo ponto $P (a, b)$. P é chamado de imagem de z , e z é denominado afixo do ponto P .

O plano cartesiano assim definido passa a ser chamado de plano de Argand-Gauss, ou plano complexo. O ponto $P(a, b)$ é a imagem de z nesse plano, ou o afixo do número complexo $z = a + bi$.

A correspondência entre os números complexos e suas imagens é biunívoca, por isso podemos fazer a identificação $z = a + bi = (a, b)$.

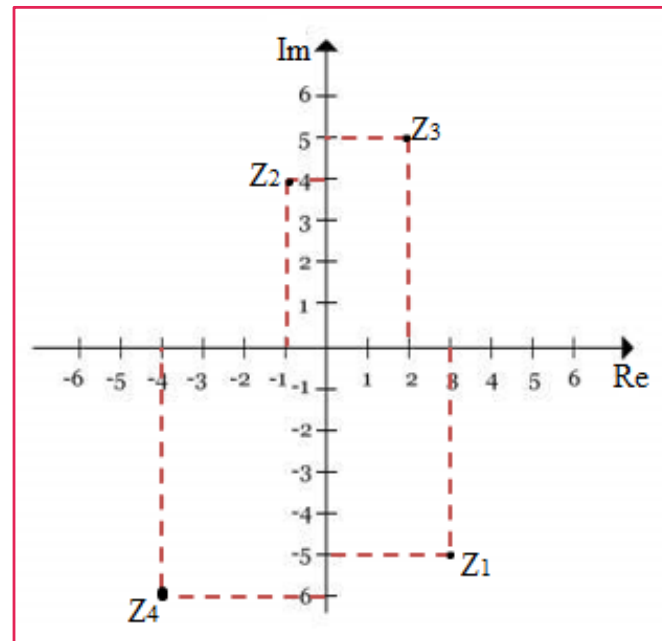


Fonte: A autora (2020)

Exemplo:

Observe os afixos dos números complexos

$$z_1 = 3 - 5i, z_2 = -1 + 4i, z_3 = 2 + 5i \text{ e } z_4 = -4 - 6i$$



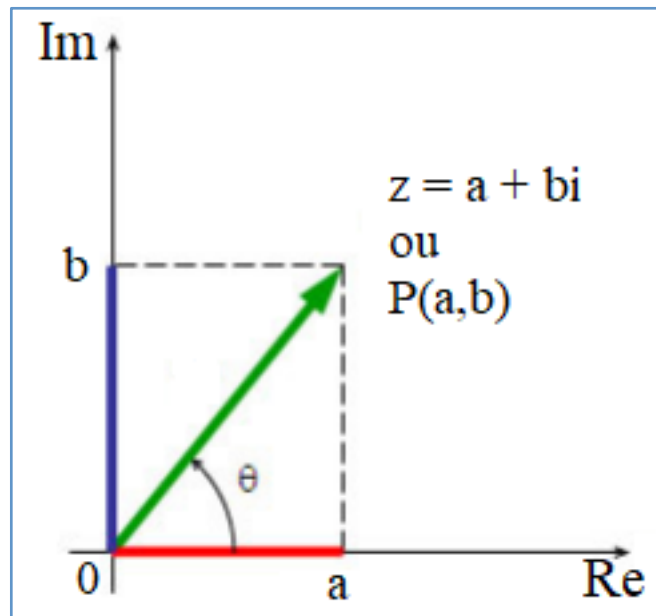
Fonte: A autora (2020)

Números complexos na forma trigonométrica

Sabemos que um número complexo $z = a + bi$ é representado por um ponto do plano, de coordenadas (a, b) . Essas são as coordenadas cartesianas do ponto z .

Esse mesmo ponto pode ser representado por suas **coordenadas polares**, que são:

- 1) O módulo do vetor OZ , indicado por $|z|$ ou ρ , representando a distância do ponto P à origem do plano (supondo $|z| \neq 0$);
- 2) O ângulo θ , em que $0 \leq \theta < 2\pi$, que o vetor OZ forma com o eixo x . Esse ângulo θ é chamado **argumento** de z (ou **argumento principal** de z) e indicado por $\arg(z)$.

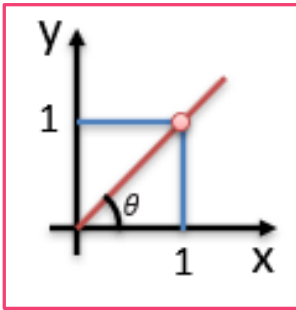


$$Z = |Z|(\cos \theta + i \cdot \text{sen } \theta)$$

É chamada forma trigonométrica ou forma polar de Z.

Exemplo:

Escreva na forma trigonométrica o número complexo $z = 1 + i$:



Fonte: A autora (2020)

$$\text{Módulo: } |z| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

Argumento:

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{a}{|z|} \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \text{sen } \theta &= \frac{b}{|z|} \Rightarrow \text{sen } \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \cos \theta \\ \text{sen } \theta \end{aligned}} \right\} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

Portanto, z pode ser escrito na forma trigonométrica: $z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \text{sen} \frac{\pi}{4} \right)$

➤ Representação geométrica de um número complexo e Número complexo na forma trigonométrica

<https://www.ime.unicamp.br/~ftorres/ENSINO/MONOGRAFIAS/NC2.pdf>

➤ 3 aplicações dos números complexos por Sebá

<https://www.ticsnamatematica.com/2014/08/complexo-numero-aplicacao.html>