



#CONQUISTANOESTUDO ▪ SEMANA9 ▪ ETAPA2  
ENSINO MÉDIO ▪ 2ª SÉRIE

MATEMÁTICA

Neste Guia você vai estudar sobre a adição e a subtração de arcos para o seno, o cosseno e a tangente.

Pág. 49 a 54 do Módulo 7

Prof<sup>a</sup>. Conceição Longo

## Adição e subtração de arcos

### RESUMO DAS FÓRMULAS

$$\text{sen}(a + b) = \text{sen } a \cdot \cos b + \text{sen } b \cdot \cos a$$

$$\text{sen}(a - b) = \text{sen } a \cdot \cos b - \text{sen } b \cdot \cos a$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \text{sen } a \cdot \text{sen } b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \text{sen } a \cdot \text{sen } b$$

$$\text{tg}(a + b) = \frac{\text{tg } a + \text{tg } b}{1 - \text{tga} \cdot \text{tg } b}$$

$$\text{tg}(a - b) = \frac{\text{tg } a - \text{tg } b}{1 + \text{tga} \cdot \text{tg } b}$$

## Exercício resolvido 1: Calcule $\text{sen } 75^\circ$

$$\text{sen}(30^\circ + 45^\circ) = \text{sen } 30^\circ \cdot \cos 45^\circ + \text{sen } 45^\circ \cdot \cos 30^\circ$$

$$\text{sen } 75^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{sen } 75^\circ = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4}$$

$$\text{sen } 75^\circ = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Exercício resolvido 2: Calcule  $\cos 15^\circ$

$$\cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \operatorname{sen} 45^\circ \cdot \operatorname{sen} 30^\circ$$

$$\cos(15^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\cos(15^\circ) = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\cos(15^\circ) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

**Exercício resolvido 3:** Calcule o valor de  $\cos 10^\circ \cdot \cos 35^\circ - \sin 10^\circ \cdot \sin 35^\circ$

Neste caso, temos:

$$\begin{aligned} \cos(a + b) &= \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b \\ \cos(10^\circ + 35^\circ) &= \cos 10^\circ \cdot \cos 35^\circ - \sin 10^\circ \cdot \sin 35^\circ \\ \cos(45^\circ) &= \cos 10^\circ \cdot \cos 35^\circ - \sin 10^\circ \cdot \sin 35^\circ \\ \frac{\sqrt{2}}{2} &= \cos 10^\circ \cdot \cos 35^\circ - \sin 10^\circ \cdot \sin 35^\circ \end{aligned}$$

	30°	45°	60°
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

**Exercício resolvido 4:** Calcule o valor de  $\text{tg } 15^\circ$

$$\text{tg}(a - b) = \frac{\text{tg } a - \text{tg } b}{1 + \text{tg } a \cdot \text{tg } b}$$

$$\text{tg}(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\text{tg } 45^\circ - \text{tg } 30^\circ}{1 + \text{tg } 45^\circ \cdot \text{tg } 30^\circ}$$

$$\text{tg } 15^\circ = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = \frac{12 - 6\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{tg } 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$$

	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$



**Exercício resolvido 5:** Qual é o valor de  $\text{tg } 75^\circ$ ?

$$\text{tg}(a + b) = \frac{\text{tg } a + \text{tg } b}{1 - \text{tg } a \cdot \text{tg } b}$$

$$\text{tg}(30^\circ + 45^\circ) = \frac{\text{tg } 30^\circ + \text{tg } 45^\circ}{1 - \text{tg } 30^\circ \cdot \text{tg } 45^\circ}$$

$$\text{tg } 75^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} + 1}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 1} = \frac{\frac{\sqrt{3} + 3}{3}}{\frac{3 - \sqrt{3}}{3}} = \frac{\sqrt{3} + 3}{3 - \sqrt{3}}$$

$$\text{tg } 75^\circ = \frac{12 + 6\sqrt{3}}{6} = 2 + \sqrt{3}$$

	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$



## Sua vez de praticar!

- 1) Calcule o valor de  $\text{sen } 15^\circ$ .
- 2) Calcule o valor de  $\text{cos } 105^\circ$ .
- 3) Qual é o valor numérico da expressão  $E = \text{sen } 80^\circ \cdot \text{cos } 50^\circ - \text{sen } 10^\circ \cdot \text{sen } 50^\circ$ ?
- 4) (UNESP) Para todo  $x \in \mathbb{R}$ , a expressão  $\text{cos} \left( \frac{\pi}{2} + x \right) - \text{sen}(\pi - x)$  é equivalente a:
  - a)  $\text{cos } x$
  - b) zero
  - c)  $-\text{sen } x - \text{cos } x$
  - d)  $2 \text{sen } x$
  - e)  $-2 \text{sen } x$

## CONFIRA SUAS RESPOSTAS:

$$1) \quad \text{sen } 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

$$2) \quad \text{cos } 105^\circ = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$$

$$3) \quad N = \frac{1}{2}$$

4) Alternativa E.