

#CONQUISTANOESTUDO ■ SEMANA8 ■ ETAPA2

ENSINO MÉDIO ■ 2ª SÉRIE

MATEMÁTICA

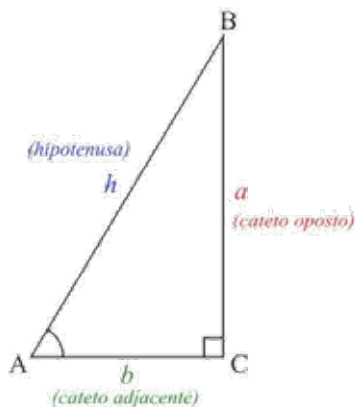
Neste Guia você vai estudar sobre relações trigonométricas.

Pág. 44 a 54 do Módulo 7

Prof<sup>a</sup>. Conceição Longo

# Trigonometria no triângulo retângulo

## Elementos



O cosseno de um ângulo agudo

$$\cos \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{cateto adjacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$$

→ seno do complementar de  $\alpha$

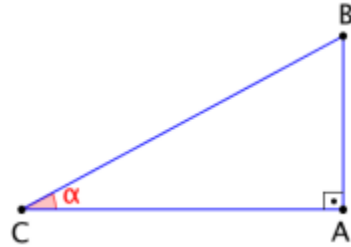
O seno de um ângulo agudo

$$\sin \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{hipotenusa}}$$

A tangente de um ângulo agudo

$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{cateto oposto a } \alpha}{\text{cateto adjacente a } \alpha}$$

## Relação fundamental da trigonometria



Pelo teorema de Pitágoras, temos que  $(AB)^2 + (AC)^2 = (BC)^2$ .

Dividindo ambos os lados da igualdade por  $BC^2$ , conseguimos uma relação envolvendo razões trigonométricas já conhecidas, como segue:

$$\frac{(AB)^2}{(BC)^2} + \frac{(AC)^2}{(BC)^2} = \frac{(BC)^2}{(BC)^2} \Rightarrow \left( \frac{AB}{BC} \right)^2 + \left( \frac{AC}{BC} \right)^2 = 1 \Rightarrow \text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$$

## Outras relações entre as razões trigonométricas

Se dividirmos a relação fundamental por  $\cos^2\alpha$ , teremos:

$$\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} + \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \operatorname{tg}^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha$$

Se dividirmos a relação fundamental por  $\sin^2\alpha$ , teremos:

$$\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha} + \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{1}{\sin^2\alpha} \Rightarrow 1 + \operatorname{cotg}^2\alpha = \operatorname{cosec}^2\alpha$$

Outras relações:

➤ Tangente e secante

$$\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} + \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\operatorname{tg}^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha$$

➤ Cotangente e cossecante

$$\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha} + \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$1 + \operatorname{cotg}^2\alpha = \operatorname{cosec}^2\alpha$$

# ATIVIDADES RESOLVIDAS

1) Seja  $\operatorname{sen} x = \frac{1}{4}$ , com  $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ , determine  $\cos x$ .

Da relação fundamental, temos:

$$\operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \operatorname{cos}^2 x = 1$$

$$\operatorname{cos}^2 x = 1 - \frac{1}{16}$$

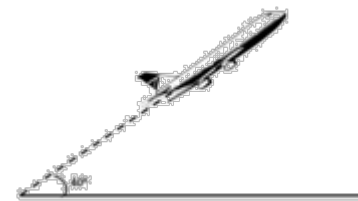
$$\operatorname{cos}^2 x = \frac{15}{16}$$

$$\sqrt{\operatorname{cos}^2 x} = \sqrt{\frac{15}{16}}$$

$$\operatorname{cos} x = \pm \frac{\sqrt{15}}{4}$$

2) A figura seguinte representa um avião que decolou sob um ângulo de  $40^\circ$  e percorreu, em linha reta, 8.000 metros. Considerando essas informações, calcule a altura do avião ao ter percorrido essa distância.

Dados:  $\text{sen } 40^\circ = 0,64$ ;  $\text{cos } 40^\circ = 0,77$ ;  $\text{tg } 40^\circ = 0,84$



Representando a situação a seguir, temos:

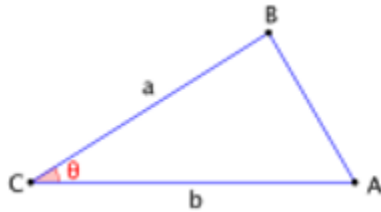


Notem que o triângulo indicado é retângulo. A distância percorrida representa a medida da hipotenusa desse triângulo e a altura, a medida do cateto oposto ao ângulo de  $40^\circ$ .

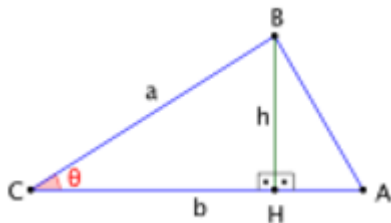
$$\begin{aligned}\text{sen}40^\circ &= \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \\ \text{sen}40^\circ &= \frac{h}{8\,000} \\ 0,64 &= \frac{h}{8\,000} \\ h &= 8\,000 \cdot 0,64 \\ h &= 5\,120\end{aligned}$$

R: O avião encontra-se a 5 120 m de altura.

3) Determine a área do triângulo abaixo em função de  $a$ ,  $b$  e  $\theta$ .



Primeiramente, será necessário traçar a altura relativa a base AC.



$$\text{sen}\theta = \frac{h}{a} \Rightarrow h = a \cdot \text{sen}\theta$$

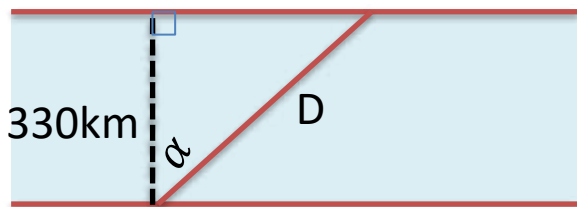
Pela fórmula do cálculo de área de um triângulo, temos:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{b \cdot (a \cdot \text{sen}\theta)}{2}$$

$$A = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen}\theta}{2}$$



4) A largura do Rio Amazonas em um determinado ponto chega a 330 km. Supomos que neste trecho as margens sejam paralelas e exista um barco que queira atravessar de uma margem para outra, de acordo com a figura abaixo. Calcule a distância percorrida por este barco. (Dado:  $\cos\alpha = 0,75$ )



Podemos escrever  $0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

$$\cos\alpha = \frac{\text{cat adjacente } \alpha}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos\alpha = \frac{330}{D} = \frac{3}{4}$$

$$D = \frac{330}{\frac{3}{4}} = 330 \cdot \frac{4}{3} = 440$$

$$D = 440$$

A distância percorrida por este barco será de 440 km.

5) Determine o seno de um ângulo agudo  $\alpha$ , sabendo que seu cosseno é igual a 0,6.

Considerando a relação fundamental, temos:

$$\text{sen}^2\alpha + \text{cos}^2\alpha = 1$$

$$\text{sen}^2\alpha + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1$$

$$\text{sen}^2\alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$\text{sen}^2\alpha = \frac{16}{25}$$

## Mandala trigonométrica

<https://sites.google.com/site/labmatematicapuc/home/jogos-matematicos/ensino-medio/mandala-trigonometrica>

## Brincando com trigonometria

<http://clubes.obmep.org.br/blog/sala-de-atividades-brincando-com-trigonometria/>