#CONQUISTANOESTUDO ▪ SEMANA10 ▪ ETAPA2

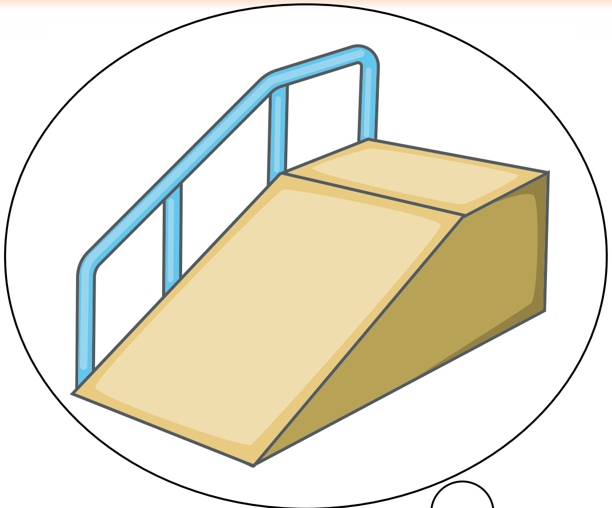
ENSINO MÉDIO ▪ 2ª SÉRIE

MATEMÁTICA

Neste Guia você vai estudar sobre equações trigonométricas fundamentais.

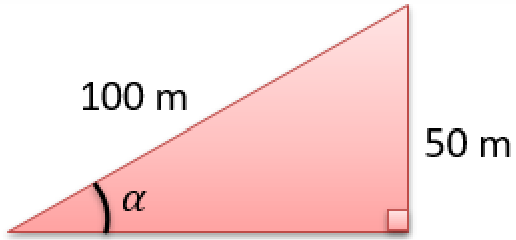
Pág. 58 a 62 do Módulo 7

Profª. Conceição Longo




Vamos construir uma rampa de acessibilidade neste local. De acordo com os meus cálculos, ela terá 100 m de comprimento e atingirá a altura necessária de 50 m.
Precisamos, agora, encontrar a medida do ângulo de inclinação dessa rampa.

Observe o triângulo formado:



Daí, temos:

$$sen\ \alpha = \frac{50}{100} \Rightarrow sen\ \alpha = \frac{1}{2}$$

Como α é a medida de um ângulo agudo, concluímos que $\alpha = 30°$.
Perceba que, ao determinar o valor de α, obtivemos uma solução da equação $sen\ \alpha = \frac{1}{2}$.

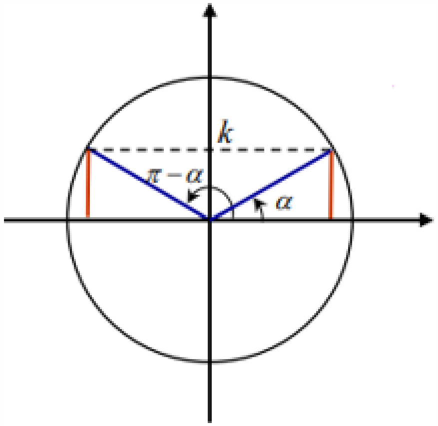
Equações do tipo $sen\ \alpha = k$, $\cos\alpha = k$ ou tg $\alpha = k$, sendo k uma constante real, são chamadas de equações trigonométricas imediatas.

Segue agora um resumo detalhado das equações trigonométricas. Acompanhe as explicações e resolva às atividades do seu material impresso.

I – Equações do tipo: $sen\ x = k$

Esse tipo de equação só é possível quando $-1 \leq k \leq 1$

1º caso: k positivo



$$sen\ x = k$$

$$sen\ x = sen\ \alpha \Leftrightarrow$$

$x = \alpha + k.360°$ ou $x = (180° - \alpha) + k.360°, k \in \mathbb{Z}$

$x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = (\pi - \alpha) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Exemplo:

$$sen\, x = \frac{1}{2}$$

$$sen\, x = sen 30° \Leftrightarrow$$

$$x = 30° + k.360° \text{ ou } x = (180° - 30°) + k.360°, k \in \mathbb{Z}$$

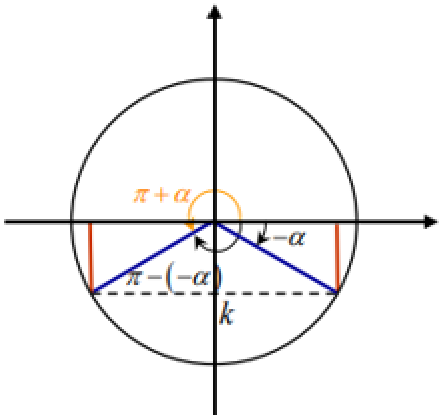
$$x = 30° + k.360° \text{ ou } x = 150° + k.360°, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou } x = \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Observação: o seno é positivo nos 1º e 2º quadrantes.

2º caso: k negativo



$$sen\ x = k$$

$$sen\ x = sen\ \alpha \Leftrightarrow$$

$$x = \alpha\ + k.360° \text{ ou } x = (180°\ - \alpha) + k.360°, k\ \in\ \mathbb{Z}$$

$$x = \alpha\ + 2k\pi \text{ ou } x = (\pi\ - \alpha) + 2k\pi, k\ \in\ \mathbb{Z}$$

Exemplo:

$$sen\ x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow sen\ x = sen(-30°) \Leftrightarrow$$

$$x = -30°\ + k.360° \text{ ou } x = (180° + 30°) + k.360°, k\ \in\ \mathbb{Z}$$

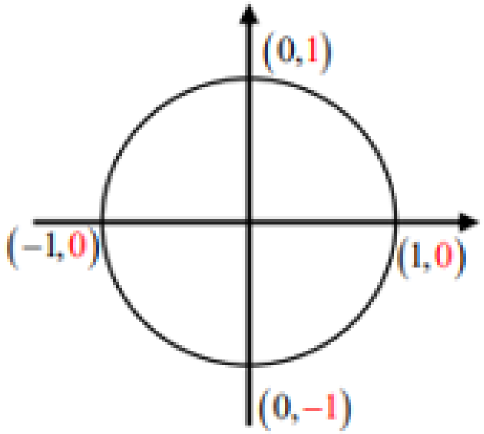
$$x = -30°\ + k.360° \text{ ou } x = 210° + k.360°, k\ \in\ \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{6}\ + 2k\pi \text{ ou } x = \left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + 2k\pi, k\ \in\ \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{6}\ + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, k\ \in\ \mathbb{Z}$$

Observação: o seno é negativo nos 3º e 4º quadrantes.

CASOS PARTICULARES



- $sen\ x = 0 \Leftrightarrow$

$x = 0 + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$x = 0 + k.180°, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = k.180°, k \in \mathbb{Z}$

- $sen\ x = 1 \Leftrightarrow$

$x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$x = 90° + k.360°, k \in \mathbb{Z}$

- $sen\ x = -1 \Leftrightarrow$

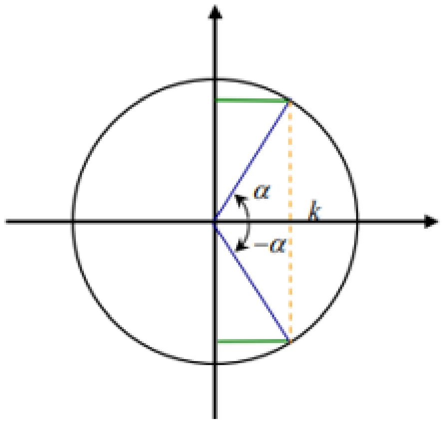
$x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$x = -90° + k.360°, k \in \mathbb{Z}$

II – Equações do tipo cos $x = k$

Esse tipo de equação só é possível quando $-1 \leq k \leq 1$

1º caso: k positivo



$cos\ x = k$

cos $x = cos\ \alpha \Leftrightarrow$

$x = \pm\alpha\ + k.360°\,, k\ \in\ \mathbb{Z}$

$x = \pm\alpha\ + 2k\pi\,, k\ \in\ \mathbb{Z}$

Exemplo:

$cos\ x = \frac{1}{2}$

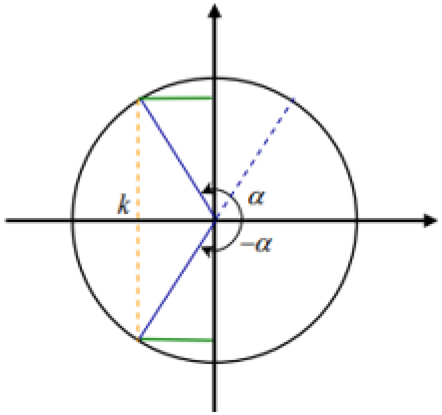
cos $x = cos\ 60° \Leftrightarrow$

$x = \pm 60°\ + k.360°\,, k\ \in\ \mathbb{Z}$

$x = \pm\frac{\pi}{3}\ + 2k\pi\,, k\ \in\ \mathbb{Z}$

Observação: o cosseno é positivo nos 1º e 4º quadrantes.

2º caso: k negativo



$cos\ x = k$

$\cos x = cos\ \alpha \Leftrightarrow$

$x = \pm\alpha\ + k.360°\ , k\ \in\ \mathbb{Z}$

$x = \pm\alpha\ + 2k\pi\ , k\ \in\ \mathbb{Z}$

Exemplo:

$cos\ x = -\frac{1}{2}$

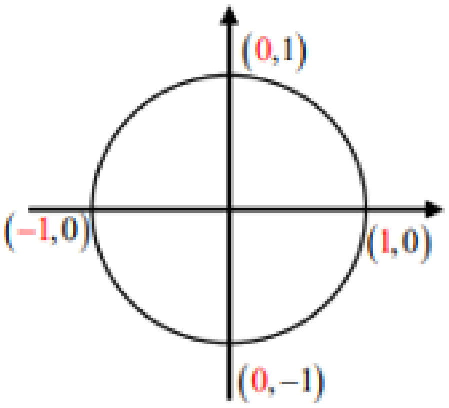
$\cos x = cos\ (180° - 60°) = \cos 120° \Leftrightarrow$

$x = \pm 120°\ + k.360°\ , k\ \in\ \mathbb{Z}$

$x = \pm\frac{2\pi}{3}\ + 2k\pi\ , k\ \in\ \mathbb{Z}$

Observação: o cosseno é negativo nos 2º e 3º quadrantes.

CASOS PARTICULARES



- $\cos x = 0 \Leftrightarrow$

$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$x = 90° + k.180°, k \in \mathbb{Z}$

- $\cos x = 1 \Leftrightarrow$

$x = 0 + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$x = k.360°, k \in \mathbb{Z}$

- $\cos x = -1 \Leftrightarrow$

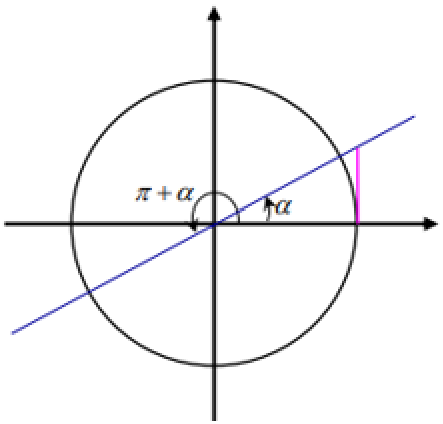
$x = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$x = 180° + k.360°, k \in \mathbb{Z}$

III – Equações do tipo: tg $x = k$

São sempre possíveis

1º caso: k positivo



$tg\ x = k$

$tg\ x = tg\ \alpha \Leftrightarrow$

$x = \alpha\ + k.180°\ , k\ \in\ \mathbb{Z}$

$x = \alpha\ + k\pi\ , k\ \in\ \mathbb{Z}$

Exemplo:

$tg\ x\ =1$

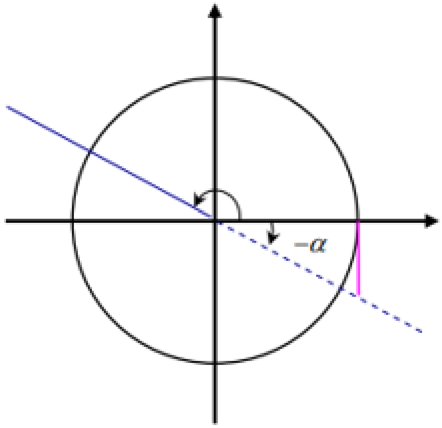
$tgx = tg\ 45° \Leftrightarrow$

$x = 45°\ + k.180°\ , k\ \in\ \mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{4}\ + k\pi\ , k\ \in\ \mathbb{Z}$

Observação: a tangente é positiva nos 1º e 3º quadrantes.

2º caso: k negativo



$tg\ x = k$

$tg\ x = tg\ \alpha \Leftrightarrow$

$x = \alpha + k.180°, k \in \mathbb{Z}$

$x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Exemplo:

$tg\ x = -1$

$tgx = tg(-45°) \Leftrightarrow$

$x = -45° + k.180°, k \in \mathbb{Z}$

$x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Observação: a tangente é negativa nos 2º e 4º quadrantes.