#ConquistaNoEstudo ▪ Semana7 ▪ Etapa2

Ensino Médio ▪ 3ª série

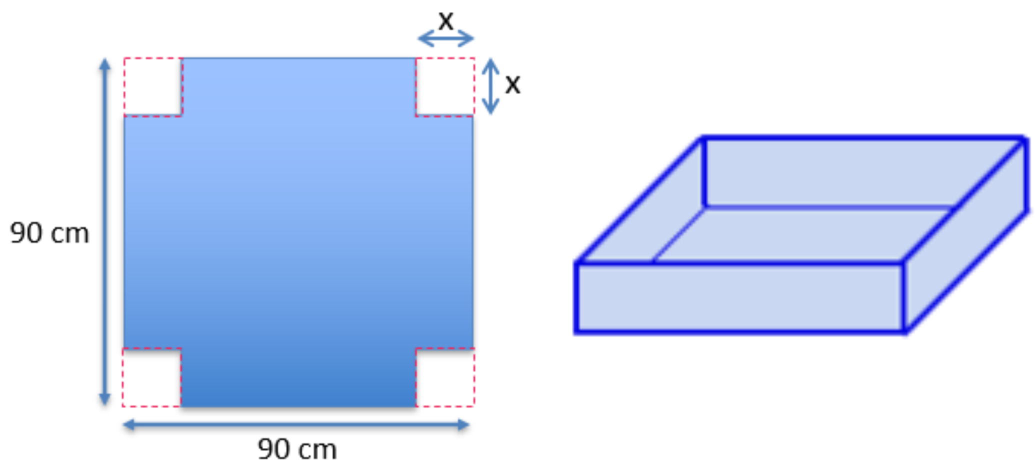
Matemática

Neste Guia você vai estudar sobre equação polinomial.

Pág. 47 a 50 do Módulo 11

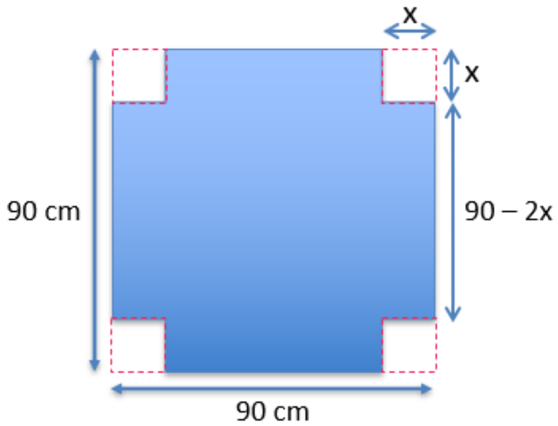
Profª. Conceição Longo

Carol quer construir uma caixa sem tampa, em formato de bloco retangular. As folhas de papelão para construir a caixa são quadradas com 90 cm de lado. Para montar a caixa, será retirado de cada "canto" do papelão um quadrado de x cm. Depois, os lados serão dobrados e colados com uma fita adesiva, formando a caixa.



A intenção de Carol é que, depois de pronta, a caixa tenha uma capacidade de 50 litros, desconsiderando a espessura do material. Ajude Carol a calcular qual deverá ser a medida x do lado de cada quadrado a ser cortado da placa de papelão.

Para calcular a capacidade de um bloco retangular, multiplicamos a área de sua base pela altura.



Área da base: $A = (90 - 2x)^2$ cm²
Altura: $h = x$ cm
Volume: $V = A \cdot h = (90 - 2x)^2 \cdot x = (8\,100 - 360x + 4x^2).x$
$V = 4x^3 - 360x^2 + 8\,100x$

Como a caixa deverá ter uma capacidade de 50 litros, devemos transformar em cm³. Portanto, 50 litros = 50.000 cm³.

$4x^3 - 360x^2 + 8\,100x = 50\,000$

$4x^3 - 360x^2 + 8\,100x - 50\,000 = 0$ → **equação polinomial** que resolvida determina a medida x do lado de cada quadrado.

EQUAÇÃO POLINOMIAL OU ALGÉBRICA

Chamamos de equação polinomial ou equação algébrica de grau n toda equação da forma:

P(x) = $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \cdots + a_1 x + a_0 = 0$

Em que $a_0, a_1, \dots, a_n$ são chamados coeficientes e podem ser números reais ou complexos, e $a_n \neq 0$ é chamado coeficiente dominante.

O grau e as raízes de uma equação polinomial p(x) = 0 são, respectivamente, iguais ao grau e às raízes do polinômio p(x). Definimos como conjunto solução de uma equação polinomial o conjunto de todas as suas raízes.

Exemplos:

a) $x^2 - x - 12 = 0$ Grau: 2 Raízes: 4 e -3 Conjunto solução: S = {4, -3}	b) $2x - 8 = 0$ Grau: 1 Raiz: 4 Conjunto solução: S = {4}	c) $3x^3 + 8x^2 - 15x + 4 = 0$ Grau: 3 Raízes: -4, $\frac{1}{3}$ e 1 Conjunto solução: $\left\{-4, \frac{1}{3}, 1\right\}$

Exercício resolvido 1

Seja o polinômio de 3º grau $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, cujas raízes são -2, 0 e 2, determine o polinômio $p(1) = -3$.

1º) Determinar os coeficientes a, b, c e d.

$p(-2) = 0 \Rightarrow a(-2)^3 + b(-2)^2+c(-2) + d = 0 \Rightarrow -8a + 4b - 2c + d = 0$

$p(0) = 0 \Rightarrow a.0^3 + b.0^2+c.0 + d = 0 \Rightarrow d = 0$

$p(2) = 0 \Rightarrow a.2^3 + b.2^2+c.2 + d = 0 \Rightarrow 8a + 4b + 2c + d = 0$

$p(1) = -3 \Rightarrow a.1^3 + b.1^2+c.1 + d = 0 \Rightarrow a + b + c + d = -3$

Como d = 0, podemos substituir nas demais equações e obter um sistema linear com três equações e três incógnitas.

$$\begin{cases} -8a + 4b - 2c = 0 \\ 8a + 4b + 2c = 0 \\ a + b + c = -3 \end{cases}$$

Ao resolver o sistema teremos: a = 1, b = 0 e c = -4

$p(x) = 1.x^3 + 0.x^2 +(-4).x + 0$

$p(x) = x^3 - 4x$

Exercício resolvido 2

Verifique se o polinômio de 4º grau $q(x) = 2x^4 + 5x^3 - 3x^2 - 6x$ tem os valores a seguir como raízes:

a) 1

b) -1

c) -3

a) $\mathrm{q}(1) = 2.1^4 + 5.1^3 - 3.1^2 - 6.1 = 2 + 5 - 3 - 6 = -2$

Como $\mathrm{q}(1) = -2 \neq 0$, temos que 1 não é raiz de Q.

b) $\mathrm{q}(-1) = 2.(-1)^4 + 5.(-1)^3 - 3.(-1)^2 - 6.(-1) = 2 - 5 - 3 + 6 = 0$

Como $\mathrm{q}(-1) = 0$, temos que -1 é raiz de Q.

c) $\mathrm{q}(-3) = 2.(-3)^4 + 5.(-3)^3 - 3.(-3)^2 - 6.(-3) = 162 - 135 - 27 + 18 = 18$

Como $\mathrm{q}(-3) = 18 \neq 0$, temos que -3 não é raiz de Q.

Exercício resolvido 3

Quais os valores de m e n para que os polinômios $p(x) = 2x^3 + (m + n)x^2 + 3$ e $q(x) = (m+5)x^3 - 4x^2 + (n^2 - 1)x + 3$ sejam idênticos?

Para que os polinômios p(x) e q(x) sejam idênticos, os seus respectivos coeficientes devem ser iguais.

Ou seja:

$2 = m + 5 \Rightarrow m = 2 - 5 \Rightarrow m = -3$

$m + n = -4 \Rightarrow -3 + n = -4 \Rightarrow n = -4 + 3 \Rightarrow n = -1$

$0 = n^2 - 1 \Rightarrow n^2 = 1 \Rightarrow n' = 1$ ou $n'' = -1$

Portanto, $m = -3$ e $n = -1$

Importante: para n = 1, os polinômios não são idênticos!

#IrAlém

- **Filme:** O jogo da imitação | 2014 • Guerra/Drama • 1h 54m

  Conta a história de um matemático que decifrou códigos nazistas.

- **Leitura:** Poloneses foram os primeiros a decifrar código Enigma

  <https://www.dw.com/pt-br/poloneses-foram-os-primeiros-a-decifrar-c%C3%B3digo-enigma/a-18271543>