#CONQUISTANOESTUDO ▪ SEMANA2▪ ETAPA2

ENSINO MÉDIO ▪ 3.º SÉRIE

MATEMÁTICA

Neste Guia você vai estudar sobre números **imaginários e complexos**.

Pág. 05 a 12 do Módulo 11

Prof[a]. Conceição Longo

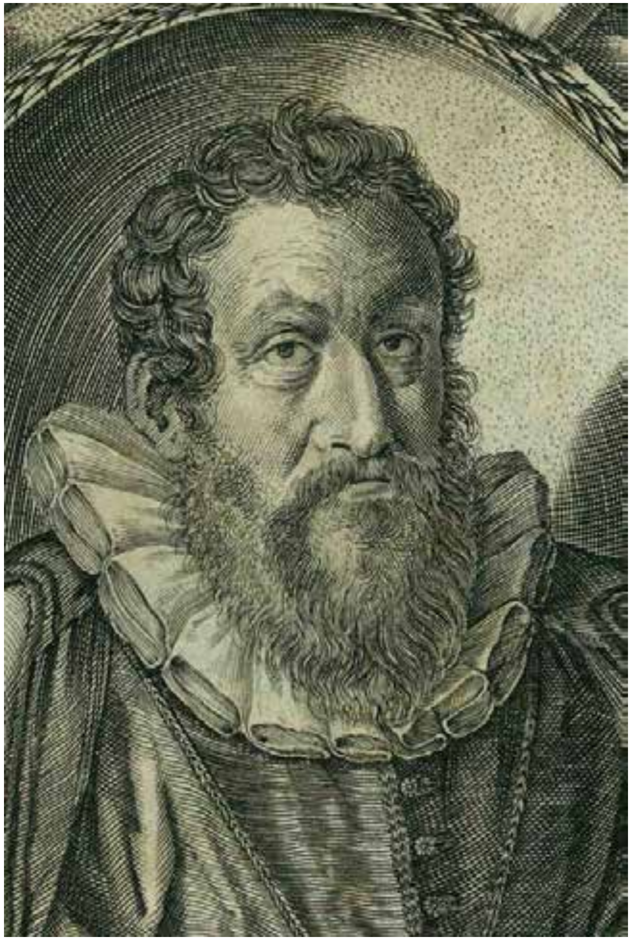
Por que números complexos?

Antigamente, uma equação matemática só tinha significado se fosse resolvida no conjunto dos números reais. Ou seja, caso a solução obtida envolvesse o cálculo da raiz quadrada de um número negativo, por exemplo, era interpretada como “sem solução”.

Em 1945, o matemático Girolamo Cardano (1501-1576)

publicou o seguinte problema: Como dividir um segmento

de 10 unidades de comprimento em duas partes cujo produto seja 40?



Disponível em: <https://fotografia.folha.uol.com.br/galerias/1636088172312935-girolamo-cardano>

Indicando por x o comprimento de uma das partes, a outra será 10 – x, veja:

Para solucionar este problema, precisamos resolver a equação:

$x(10 - x) = 40$, ou seja, resolver $x^2 - 10x + 40 = 0$

a = 1

b = -10

c = 40

$$\Delta = b^2 - 4 \,.\, a \,.\, c$$
$$\Delta = (-10)^2 - 4 \,.\, 1 \,.\, 40$$
$$\Delta = 100 - 160$$
$$\Delta = -60$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}\Rightarrow x=\frac{-(-10)\pm\sqrt{-60}}{2.1}\Rightarrow x=\frac{10\pm2\sqrt{-15}}{2}\Rightarrow x=5\ \pm\sqrt{-15}$$

$$\begin{cases} x_1 = 5+\ \sqrt{-15} \\ x_2 = 5-\sqrt{-15} \end{cases}$$

O resultado será $5+\ \sqrt{-15}$ e $5-\sqrt{-15}$ unidades de comprimento.

Mas veja o que a curiosidade de Cardano o levou a fazer!

Cardano admite que o problema não tem solução, pois $\sqrt{-15}$ não está definido no conjunto dos números reais. Mas, logo ele observa que ao adicionar os dois valores, obtém-se:

$5+\ \sqrt{-15}+5-\sqrt{-15}=10$

E ao multiplicá-los, tem-se:

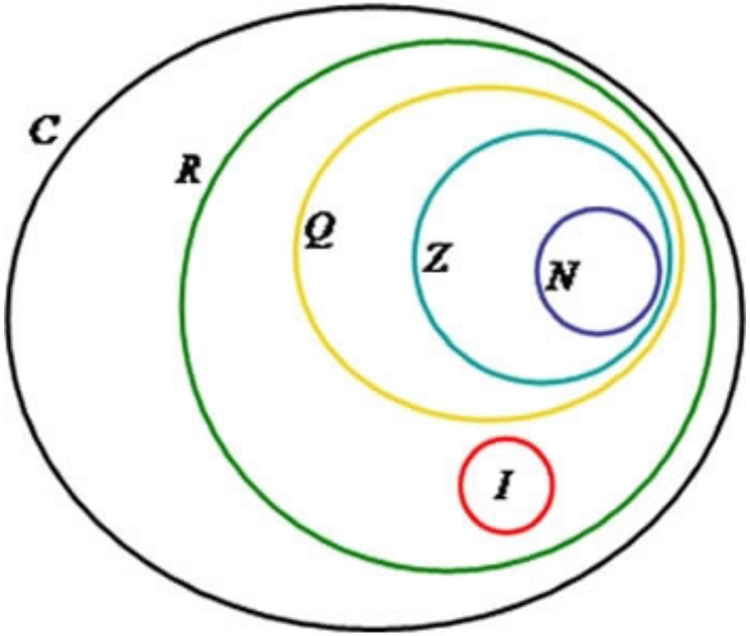
$(5+\sqrt{-15}) \,.\, (5-\sqrt{-15}) = 25 + 5\sqrt{-15} - 5\sqrt{-15} - \left(\sqrt{-15}\right)^2 = 25-(-15) = 40$

Esses valores satisfazem a condição do problema: “Como dividir um segmento de 10 unidades de comprimento em duas partes cujo produto seja 40?”

Para simplificar a notação, foi definido que o número i é a unidade imaginária, tal que i = $\sqrt{-1}$. Assim, a expressão $3+\sqrt{-4}$, por exemplo, passou a ser escrita por 3 + 2i.

O CONJUNTO DOS NÚMEROS COMPLEXOS

O conjunto dos números complexos pode ser definido como o conjunto composto pelos pares ordenados (x, y) de números reais, que podem ser escritos na forma x + yi, em que x e y são números reais e i é a unidade imaginária, ou seja, $i = \sqrt{-1}$ ou $i^2 = -1$.



HORA DE PRATICAR!

1) Determine o conjunto solução da equação $x^2 - 6x + 10 = 0$, no conjunto dos números complexos.

2) Para quais valores de m, com $m \in R$, o número complexo $z = 9+(m^2-7m)i$ é real.

3) Encontre para qual valor de k, com $k \in R$, o número complexo $z = (k^2 - 9) + (k + 3)i$ é imaginário puro.

HORA DE CONFERIR AS RESPOSTAS!

1) Utilizando a fórmula resolutiva, temos:

a=1; b=-6; c=10

$\Delta = b^2 - 4 \,.\, a \,.\, c$

$\Delta = (-6)^2 - 4 \,.\, 1 \,.\, 10$

$\Delta = 36 - 40$

$\Delta = -4$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{-4}}{2.1} \Rightarrow x = \frac{6 \pm 2i}{2}$$

$$\begin{cases} x_1 = 3 + i \\ x_2 = 3 - i \end{cases}$$

2. Um número complexo é real quando sua parte imaginária é nula. Logo:

$m^2 - 7m = 0$

$m(m - 7) = 0$

$$m_1 = 0$$
$$m_2 = 7$$

Logo, para m = 7 e m = 0 temos z real.

3) O número complexo z é imaginário pro se as condições $k^2 - 9 = 0$ e $K + 3 \neq 0$ forem satisfeitas simultaneamente.

$k^2 - 9 = 0$ $\qquad$ $K + 3 \neq 0$

$k^2 = 9$ $\qquad$ $K \neq -3$

$K = \pm\sqrt{9}$

$$k = \pm 3 \begin{cases} k_1 = 3 \\ k_2 = -3 \end{cases}$$

Assim, o valor k + 3 é o único que satisfaz as duas condições dadas.

Resposta: k = 3.

#IrAlém

Que importância têm os números imaginários na nossa vida?
<https://webpages.ciencias.ulisboa.pt/~ommartins/seminario/euler/importancia.htm>

Considerações físicas sobre um "tempo imaginário"
<https://questcosmic.wordpress.com/2012/12/08/conceitos-fisicos-sobre-um-tempo-imaginario/>

Um sonho complexo
<https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1187>