

Querida Família



Estamos passando por um momento delicado, o qual envolve a saúde de todos, sem exceção.

Por isso, a contribuição de cada um é muito importante para que voltemos às nossas atividades normais na escola.

Tendo em vista que os estudantes ficarão em casa por um certo tempo, elaboramos algumas sugestões para inspirá-los na nova rotina.

Entendemos que manter uma rotina criativa ajudará, e muito, no retorno das atividades em sala de aula posteriormente.

Vamos juntos embarcar nessa aventura?





Matemática



Chegamos na semana 13, no dia 3. Continue se dedicando! Hoje iniciaremos nossos estudos sobre equação do 2º grau. O conteúdo encontra-se no **capítulo 6 do volume 2, nas páginas de 78 a 81.** Vamos lá!

Para se mexer:

Problemas que recaem em uma equação do 2º grau já apareciam há mais de quatro mil anos em textos escritos em placas de argila na Mesopotâmia e em papiros no Egito. Eles tinham uma álgebra bem desenvolvida e resolviam equações de segundo grau por métodos semelhantes aos atuais.

O QUE É UMA EQUAÇÃO DO 2º GRAU?

A equação do 2º grau é uma equação que possui o formato:

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ com } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ e } a \neq 0.$$

Esta equação é definida como do “2º grau” porque é formada por um polinômio de grau 2. Podemos comprovar essa informação observando o formato da expressão com mais atenção. Observem que o maior **expoente** da incógnita x é o número 2.

↪ Equação do 2º grau

$$ax^2 + bx + c = 0$$



Numa **equação do 2º grau**, o **x** é a incógnita e representa um valor desconhecido. Já as letras **a**, **b** e **c** são chamadas de coeficientes da equação.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- ▶ Os **coeficientes** de uma equação do segundo grau, **a**, **b**, e **c**, são números que pertencem ao conjunto dos números reais (\mathbb{R}).
- ▶ O coeficiente **c** não é acompanhado pela incógnita **x**. Logo, ele é chamado de **termo independente da equação do segundo grau**.
- ▶ O coeficiente **b** é o coeficiente que acompanha **x** e por essa razão é conhecido como **coeficiente linear**.
- ▶ O coeficiente **a**, o intitulado **coeficiente quadrático**, é o valor numérico que acompanha o termo x^2 .

Equações do 2º Grau Completas e Incompletas

As equações do 2º grau **completas** são aquelas que apresentam todos os coeficientes, ou seja, **a**, **b** e **c** são diferentes de zero ($a, b, c \neq 0$).

Por exemplo, a equação $5x^2 + 2x + 2 = 0$ é completa, pois todos os coeficientes são diferentes de zero ($a = 5$, $b = 2$ e $c = 2$).

Uma equação quadrática é **incompleta** quando $b = 0$ ou $c = 0$ ou $b = c = 0$.

Por exemplo, a equação $2x^2 + 3 = 0$ é incompleta, pois $a = 2$, $b = 0$ e $c = 3$.

Ou seja,

$ax^2 = 0 \rightarrow$ Quando os coeficientes **b** e **c** são iguais a zero

$ax^2 + c = 0 \rightarrow$ Quando o coeficiente **b** é igual a zero

$ax^2 + bx = 0 \rightarrow$ Quando o coeficiente **c** é igual a zero

Como resolver uma equação do 2º grau incompleta

1º caso: Quando os coeficientes b e c são iguais a zero

$$ax^2 = 0$$

Quando os coeficientes b e c de uma equação do 2º grau são iguais a zero, o coeficiente a pode assumir qualquer valor real diferente de zero. Independentemente desse valor, **as duas raízes da equação devem ser reais e iguais a zero**. Por exemplo:

$$3x^2 = 0$$

$$x^2 = \frac{0}{3}$$

$$x^2 = 0$$

$$x = \sqrt{0}$$

$$x = 0$$

$$S = \{0\}$$

2º caso: Quando o coeficiente **b** é igual a zero

$$ax^2 + c = 0$$

Quando apenas o coeficiente **b** de uma equação do 2º grau é igual a zero, as suas **duas raízes são reais, distintas e simétricas**. Isso significa que são dois valores **iguais em módulo**, mas de sinais opostos. Por exemplo:

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$2x^2 = 8$$

$$x^2 = \frac{8}{2}$$

$$x^2 = 4$$

$$S = \{-2, 2\}$$

$$x = \pm \sqrt{4}$$

$$x = \pm 2$$

Neste outro exemplo, temos:

$$3x^2 + 27 = 0$$

$$2x^2 = -27$$

$$x^2 = \frac{-27}{3}$$

$$x^2 = -9$$

$$x = \pm \sqrt{-9}$$

No conjunto dos números reais, não existe raiz quadrada de um número negativo. Portanto, algumas equações do 2º grau incompletas de formato “ $ax^2 + c = 0$ ” não possuem raízes reais. Nestes casos, a solução da equação pode ser expressa por um conjunto vazio.

$$S = \{ \}$$

Hum? Raiz quadrada de um número negativo... Será que existe?



3º caso: Quando o coeficiente **c** é igual a zero

$$ax^2 + bx = 0$$

Quando apenas o coeficiente **c** de uma equação do 2º grau é igual a zero, as suas **duas raízes são reais e distintas**. Uma delas é sempre igual a zero, e a outra pode ser qualquer número real diferente de zero.

Para resolver as equações do 2º grau incompletas do tipo $ax^2 + bx = 0$, devemos realizar a **fatoração por fator comum em evidência** da expressão " $ax^2 + bx$ ", ficando com um produto (multiplicação) de dois fatores. A multiplicação desses fatores é **igual a zero**. Para essa igualdade ser verdadeira, um dos fatores deve ser igual a zero. Igualamos a zero os dois fatores, formando duas equações de 1º grau, veja:

$$3x^2 + x = 0$$

$$x(3x + 1) = 0$$

$$x = 0$$

$$3x + 1 = 0$$

$$3x = -1$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

$$S = \left\{ 0, -\frac{1}{3} \right\}$$

Hora de praticar

1.(Fatec) Seja a equação $x^2 + 4 = 0$ no conjunto Universo $U = C$, onde C é o conjunto dos números complexos. Sobre as sentenças

- I. A soma das raízes dessa equação é zero.
- II. O produto das raízes dessa equação é 4.
- III. O conjunto solução dessa equação é $\{-2, 2\}$.

é verdade que

- a) somente a I é falsa.
- b) somente a II é falsa.
- c) somente a III é falsa.
- d) todas são verdadeiras.
- e) todas são falsas.

2. Resolva a equação $10x^2 - 1000 = 0$, e determine $a^2 + b^2$.

- a) 50
- b) 100
- c) 200
- d) 250
- e) 300

3. Calcule as raízes da função $f(x) = 5x^2 - 125$.

4. Classifique as equações a seguir como completa ou incompleta, se for do 2º grau:

a) $2x^2 + 8$

b) $x = 0$

c) $0x^2 + x = 0$

d) $x^2 + 8x - 3 = 0$

e) $x^2 + x = 0$

f) $2x^2 = 2x$

g) $-3x^2 - 0x + 4 = 0$

5. Indique os coeficientes das equações do 2º grau do exercício anterior.

6. Encontre as raízes das equações:

a) $5x^2 - 3125 = 0$

b) $9x^2 - 3x = 0$

c) $x^2 + 4 = 0$

Hora de conferir!

1. Alternativa C

2. Alternativa C

3. $S = \{-5, 5\}$

4.

- a) $2x^2 + 8 \rightarrow$ não é uma equação do 2º grau
- b) $x = 0 \rightarrow$ não é uma equação do 2º grau
- c) $0x^2 + x = 0 \rightarrow$ não é uma equação do 2º grau
- d) $x^2 + 8x - 3 = 0 \rightarrow$ é uma equação completa do 2º grau
- e) $x^2 + x = 0 \rightarrow$ é uma equação incompleta do 2º grau
- f) $2x^2 = 2x \rightarrow$ é uma equação incompleta do 2º grau
- g) $-3x^2 - 0x + 4 = 0 \rightarrow$ é uma equação incompleta do 2º grau

5.

- a) $x^2 + 8x - 3 = 0 \rightarrow a = 1; b = 8; c = -3$
- b) $x^2 + x = 0 \rightarrow a = 1; b = 1; c = 0$
- c) $2x^2 = 2x \rightarrow a = 2; b = -2; c = 0$
- d) $-3x^2 - 0x + 4 = 0 \rightarrow a = -3; b = 0; c = 4$

6.

- a) $\{-25, 24\}$
- b) $\left\{0, \frac{1}{3}\right\}$
- c) $\{\}$

QUER PRATICAR MAIS? AÍ VAI UMA LISTA DE EQUAÇÕES INCOMPLETAS DO 2º GRAU PARA VOCÊ RESOLVER!

1)

a) $x^2 - 49 = 0$

b) $x^2 = 1$

c) $2x^2 - 50 = 0$

d) $7x^2 - 7 = 0$

e) $5x^2 - 15 = 0$

f) $21 = 7x^2$

g) $5x^2 + 20 = 0$

h) $7x^2 + 2 = 30$

i) $2x^2 - 90 = 8$

j) $4x^2 - 27 = x^2$

k) $8x^2 = 60 - 7x^2$

l) $3(x^2 - 1) = 24$

m) $2(x^2 - 1) = x^2 + 7$

n) $5(x^2 - 1) = 4(x^2 + 1)$

o) $(x - 3)(x + 4) + 8 = x$

2.

a) $x^2 - 7x = 0$

g) $x^2 + x = 0$

b) $x^2 + 5x = 0$

h) $7x^2 - x = 0$

c) $4x^2 - 9x = 0$

i) $2x^2 = 7x$

d) $3x^2 + 5x = 0$

j) $2x^2 = 8x$

e) $4x^2 - 12x = 0$

k) $7x^2 = -14x$

f) $5x^2 + x = 0$

l) $-2x^2 + 10x = 0$

3.

a) $x^2 + x(x - 6) = 0$

b) $x(x + 3) = 5x$

c) $x(x - 3) - 2(x - 3) = 6$

d) $(x + 5)^2 = 25$

e) $(x - 2)^2 = 4 - 9x$

f) $(x + 1)(x - 3) = -3$

RESPOSTAS

1)

a) $x^2 - 49 = 0$ (R: -7 e $+7$)

b) $x^2 = 1$ (R: $+1$ e -1)

c) $2x^2 - 50 = 0$ (R: 5 e -5)

d) $7x^2 - 7 = 0$ (R: 1 e -1)

e) $5x^2 - 15 = 0$ (R: $\sqrt{3}$ e $-\sqrt{3}$)

f) $21 = 7x^2$ (R: $\sqrt{3}$ e $-\sqrt{3}$)

g) $5x^2 + 20 = 0$ (R: vazio)

h) $7x^2 + 2 = 30$ (R: 2 e -2)

i) $2x^2 - 90 = 8$ (R: 7 e -7)

j) $4x^2 - 27 = x^2$ (R: 3 e -3)

k) $8x^2 = 60 - 7x^2$ (R: 2 e -2)

l) $3(x^2 - 1) = 24$ (R: 3 e -3)

m) $2(x^2 - 1) = x^2 + 7$ (R: 3 e -3)

n) $5(x^2 - 1) = 4(x^2 + 1)$ (R: 3 e -3)

o) $(x - 3)(x + 4) + 8 = x$ (R: 2 e -2)

2.

a) $x^2 - 7x = 0$ (R: 0 e 7)

b) $x^2 + 5x = 0$ (R: 0 e -5)

c) $4x^2 - 9x = 0$ (R: 0 e 9/4)

d) $3x^2 + 5x = 0$ (R: 0 e -5/3)

e) $4x^2 - 12x = 0$ (R: 0 e 3)

f) $5x^2 + x = 0$ (R: 0 e -1/5)

g) $x^2 + x = 0$ (R: 0 e -1)

h) $7x^2 - x = 0$ (R: 0 e 1/7)

i) $2x^2 = 7x$ (R: 0 e 7/2)

j) $2x^2 = 8x$ (R: 0 e 4)

k) $7x^2 = -14x$ (R: 0 e -2)

l) $-2x^2 + 10x = 0$ (R: 0 e 5)

3.

a) $x^2 + x(x - 6) = 0$ (R: 0 e 3)

b) $x(x + 3) = 5x$ (R: 0 e 2)

c) $x(x - 3) - 2(x - 3) = 6$ (R: 0 e 5)

d) $(x + 5)^2 = 25$ (R: 0 e -10)

e) $(x - 2)^2 = 4 - 9x$ (R: 0 e -5)

f) $(x + 1)(x - 3) = -3$ (R: 0 e 2)

Para ir além...

QUE TAL ALGUNS DESAFIOS?

1

Se $x^2 = 25$, então $x = ?$

a) +5

b) -5

c) ± 5

d) 25



2

Seguindo a lógica da ilustração abaixo, quanto daria $12 + 7$?

$$6 + 4 = 210$$

$$9 + 2 = 711$$

$$8 + 5 = 313$$

$$5 + 2 = 37$$

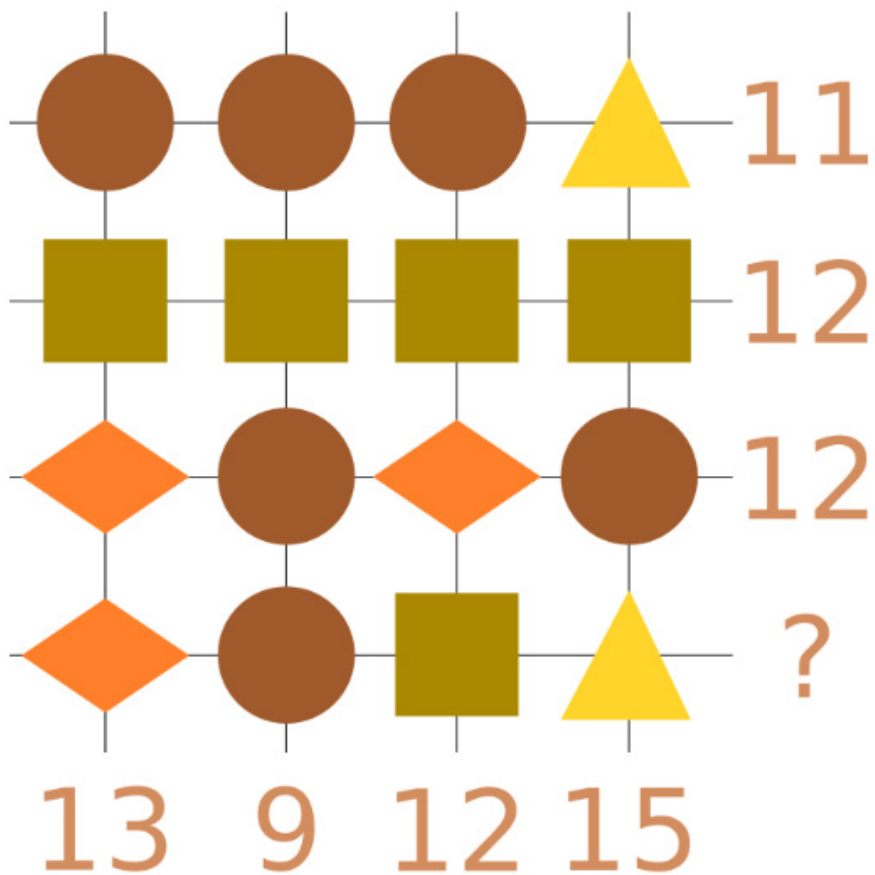
$$7 + 6 = 113$$

$$9 + 8 = 117$$

$$10 + 6 = 416$$

$$15 + 3 = 1218$$

3



CONFIRA AS RESPOSTAS DOS DESAFIOS

1. Tanto 5^2 quanto $(-5)^2$ satisfazem nossa equação:

$$5^2 = 25$$

$(-5)^2 = 25$, portanto, alternativa C.

2. Observe a lógica das igualdades:

$$6 + 4 = 210$$

$$9 + 2 = 711$$

$$8 + 5 = 313$$

$$6 - 4 = 2$$

$$9 - 2 = 7$$

$$8 - 5 = 3$$


$$6 + 4 = 10$$


$$9 + 2 = 11$$

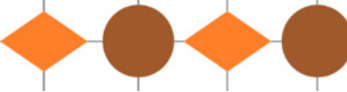
$$8 + 5 = 13$$


Logo, $12 + 7 = 519$

$(12 - 7 = 5 \text{ e } 12 + 7 = 19)$


 12 2ª linha



 $= 3$


 12 3ª linha


 $= 6$

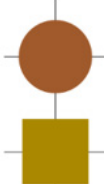
Então, temos:



 $= 3$


 $= 2$


 $= 4$

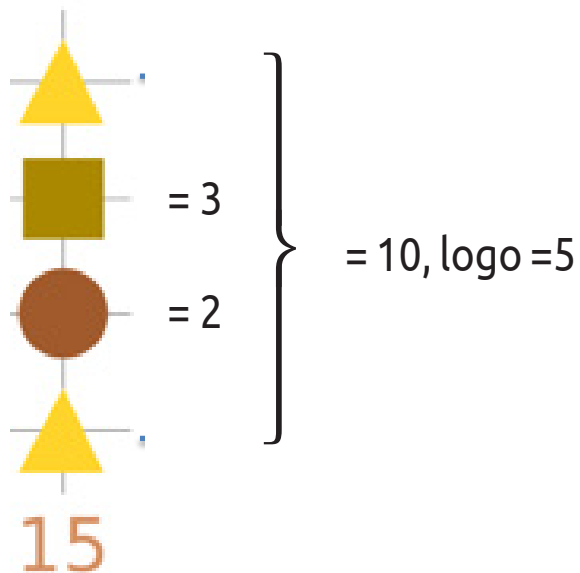
1ª coluna

$6 =$

 $= 3$


 Logo, $= 4$

13

Na 4ª coluna, temos:



Na 4ª linha, temos:

