CONQUISTA
SOLUÇÃO EDUCACIONAL

Querida Família

Estamos passando por um momento delicado, o qual envolve a saúde de todos, sem exceção.

Por isso, a contribuição de cada um é muito importante para que voltemos às nossas atividades normais na escola.

Tendo em vista que os estudantes ficarão em casa por um certo tempo, elaboramos algumas sugestões para inspirá-los na nova rotina.

Entendemos que manter uma rotina criativa ajudará, e muito, no retorno das atividades em sala de aula posteriormente.

Vamos juntos embarcar nessa aventura?

CONQUISTA
SOLUÇÃO EDUCACIONAL

POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

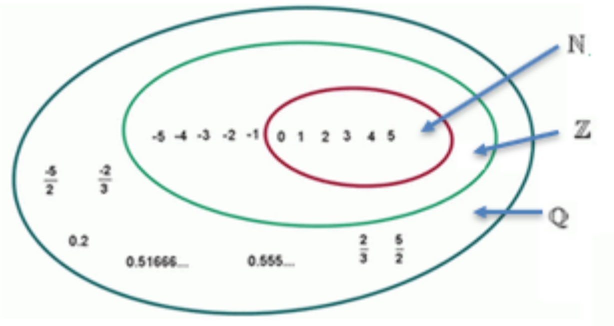
Olá! Continuando nossos estudos sobre números racionais, hoje veremos Potenciação e radiciação de números racionais. Finalizaremos o Dia 3 da Semana 14 com expressões numéricas envolvendo números racionais. O conteúdo encontra-se no capítulo 6 do volume 2, nas páginas de 76 a 84.

Para se mexer

Vamos recordar o conjunto dos números racionais observando o esquema a seguir.

Os **números racionais** são os números que podem ser escritos na forma de fração. Esses números podem também ter representação decimal finita ou decimal infinita e periódica.

Observe que o conjunto dos números racionais, representado por Q, contém o conjunto dos números inteiros, que por sua vez contém o conjunto dos números naturais, ou seja, $N \subset Z \subset Q$.



POTENCIAÇÃO

A **potenciação** indica multiplicações de fatores iguais. Por exemplo, o produto $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ pode ser indicado na forma de 5^4.

Assim, o símbolo a^n, sendo ***a*** um número inteiro e ***n*** um número natural maior que 1, significa o produto de ***n*** fatores iguais a ***a***:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \ldots \cdot a}_{\text{n fatores}}$$

a é a **base**;

n é o **expoente**;

O resultado é a **potência**.

Como podemos representar a multiplicação de:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = ?$$

Podemos representar a multiplicação de fatores iguais usando a potenciação. Veja:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$$

Veja este outro exemplo: Calcular $\left(-\frac{2}{5}\right)^3$

$$\left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{8}{125}$$

Então, se a base é um número racional positivo, a potência é um número positivo. E se a base é um número racional negativo, o sinal da potência depende do expoente: com expoente par, é positivo e com expoente ímpar, é negativo.

E vamos combinar:

- Quando o expoente é 1, a potência é sempre igual à base.
- Quando a base é diferente de zero e o expoente é 0, a potência é sempre igual a 1.

Veja alguns exemplos:

a) $\left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$

b) $\left(-\frac{3}{5}\right)^3 = \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{27}{125}$

c) $(-1,2)^2 = (-1,2) \cdot (-1,2) = +1,44$

d) $(-0,3)^0 = 1$

e) $\left(-\frac{6}{7}\right)^1 = \frac{6}{7}$

Qual a diferença entre $(-4)^2$ e -4^2?

Vejam:

$(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = +16$

Nesse caso, os parênteses indicam que o sinal "-" também está elevado ao quadrado, assim, "-" multiplicado por "-" = "+".

$-4^2 = -(4 \cdot 4) = -16$

Nesse caso, o sinal "-" não está elevado ao quadrado.

POTÊNCIAS E EXPOENTES NEGATIVOS

Observem a seguinte sequência numérica:

2^4	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$	16
2^3	$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$	8
2^2	$2 \cdot 2 = 4$	4
2^1	2	2
2^0	1	1
2^{-1}	?	
2^{-2}	?	

Cada termo dessa sequência é o anterior dividido por 2. Então, o termo seguinte ao 1 deverá ser $1 : 2 = \frac{1}{2}$.

Ou seja, $2^{-1} = \frac{1}{2} \rightarrow 2^{-1}$ é o inverso de 2.

Continuando a dividir por 2, podemos continuar a sequência dada.

2^4	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$	16
2^3	$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$	8
2^2	$2 \cdot 2 = 4$	4
2^1	2	2
2^0	1	1
2^{-1}	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
2^{-2}	$\frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

A potência de um número racional, não nulo, com expoente inteiro negativo é igual à potência do inverso do número racional dado, mas com expoente de mesmo valor absoluto e sinal positivo. Ou seja:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}, \text{ com } a \neq 0,\ b \neq 0 \text{ e } n \in Z^*$$

Por exemplo:

a) $7^{-1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{1} = \frac{1}{7}$

b) $2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3} = \frac{1}{8}$

c) $(-0{,}2)^{3} = \left(-\frac{2}{10}\right)^{-3} = \left(-\frac{10}{2}\right)^{3} = (-5)^{3} = -125$

Pelo método prático, basta inverter a base e mudar o sinal do expoente.

Mudar o sinal do expoente

$$\left(\frac{2}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{2}\right)^{2} = \frac{49}{4}$$

Inverter a base

RADICIAÇÃO

A raiz quadrada exata de um número racional quadrado perfeito é o número racional não negativo que, elevado ao quadrado, resulta no número inicial.

Por exemplo:

a) $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$, pois $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{25}$

b) $\sqrt{0{,}04} = 0{,}2$, pois $(0{,}2)^2 = 0{,}04$

c) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{2^2}{3^2}} = \frac{2}{3}$, pois $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

IMPORTANTE

A raiz quadrada de números racionais negativos não é um número racional, pois o quadrado de um número racional nunca é negativo. Veja:

$\sqrt{-\frac{1}{25}}$ não é um número racional, pois não existe um número racional que multiplicado por ele mesmo dê como resultado um número negativo.

Cuidado pessoal!

$-\sqrt{\dfrac{1}{64}}$ é um número racional

$$-\sqrt{\frac{1}{64}} = -\frac{1}{8}$$

$-\sqrt{0,16}$ é um número racional

$$-\sqrt{0,16} = -\sqrt{\frac{16}{100}} = -\frac{4}{10} = -0,4$$

IMPORTANTE

A raiz quadrada de um número que não é um quadrado perfeito não é um número racional. Veja:

$\sqrt{2,5}$ não é um número racional, pois 2,5 não é um racional quadrado perfeito.

$\sqrt{\dfrac{16}{47}}$ não é um número racional, pois $\dfrac{16}{47}$ não é um racional quadrado perfeito.

EXPRESSÕES NUMÉRICAS COM NÚMEROS RACIONAIS

Expressões numéricas são sequências de duas ou mais operações que devem ser realizadas respeitando determinada ordem.

Para encontrar sempre um mesmo valor quando calculamos uma expressão numérica, usamos regras que definem a ordem em que as operações serão feitas.

Ordem das operações

Devemos resolver as operações que aparecem em uma expressão numérica na seguinte ordem:

1º) Potenciação e radiciação

2º) Multiplicação e divisão

3º) Soma e subtração

Se a expressão apresentar mais de uma operação com a mesma prioridade, deve-se começar com a que aparece primeiro (da esquerda para a direita).

Exemplo: Resolva a seguinte expressão numérica:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} : \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} : \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{12} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{1+9}{12} = \frac{10}{12} + \frac{5}{6}$$

Usando símbolos

Nas expressões numéricas, usamos parênteses ( ), colchetes [ ] e chaves { } sempre que for necessário alterar a prioridade das operações.

Quando aparecer esses símbolos, iremos resolver a expressão da seguinte forma:

1º) as operações que estão dentro dos parênteses.

2º) as operações que estão dentro dos colchetes.

3º) as operações que estão dentro das chaves.

Veja este exemplo de expressão numérica:

$378 - 52 \cdot (\sqrt{400} : \sqrt{25})$

$378 - 52 \cdot (20 : 5)$

$378 - 52 \cdot 4$

$378 - 208$

170

HORA DE PRATICAR

1 Calcule as potências:

a) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 =$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 =$

c) $\left(-\frac{3}{5}\right)^0 =$

d) $\left(-\frac{1}{6}\right)^3 =$

e) $\left(\frac{1}{7}\right)^1 =$

2 Calcule as potências:

a) $(0,2)^3 =$

b) $(0,01)^2 =$

c) $(1,2)^2 =$

d) $-0,5^2 =$

e) $(-0,03)^2 =$

3 Calcule o valor de:

a) $\left(-\frac{19}{41}\right)^{-1} =$

b) $(-4)^{-5} =$

c) $\left(\frac{1}{10}\right)^{-5} =$

d) $(0{,}05)^{-2} =$

4 Calcule a raiz quadrada de:

a) $\sqrt{\frac{9}{100}} =$

b) $\sqrt{\frac{4}{25}} =$

c) $\sqrt{-\frac{16}{144}} =$

d) $-\sqrt{\frac{1}{81}} =$

e) $-\sqrt{\frac{49}{16}} =$

5 Calcule a raiz quadrada de:

a) 12,25 =

b) 12,96 =

c) 30,25 =

d) 29,16 =

e) 0,0784 =

f) 0,1024 =

6 Calcule:

a) $\sqrt{0,01} =$

b) $-\sqrt{6,25} =$

c) $-\sqrt{0,64} =$

d) $-\sqrt{\dfrac{81}{64}} =$

e) $\sqrt{\dfrac{81}{16}} =$

7 Resolva as expressões numéricas:

a) $4 : \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{5}\right) =$

b) $\frac{5}{6} + \frac{1}{3} : 2 - 0{,}3 =$

c) $\frac{1}{2} : \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} =$

d) $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{6} =$

8 Resolva as expressões numéricas:

a) $\left(2 - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^2 =$

b) $1 - \left(\frac{1}{3}\right)^3 : \left(\frac{1}{2} - 1\right)^2 =$

c) $\left(0{,}1 + \frac{1}{5}\right) : \left(-0{,}02 + \frac{1}{100}\right) =$

HORA DE CONFERIR AS RESPOSTAS

1 Calcule as potências:

a) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$

c) $\left(-\frac{3}{5}\right)^0 = 1$

d) $\left(-\frac{1}{6}\right)^3 = -\frac{1}{216}$

e) $\left(\frac{1}{7}\right)^1 = \frac{1}{7}$

2 Calcule as potências:

a) $(0,2)^3 = 0,08$

b) $(0,01)^2 = 0,0001$

c) $(1,2)^2 = 1,44$

d) $-0,5^2 = -0,25$

e) $(-0,03)^2 = 0,0009$

3 Calcule o valor de:

a) $\left(-\frac{19}{41}\right)^{-1} = -\frac{41}{19}$

b) $(-4)^{-5} = -\frac{1}{1024}$

c) $\left(\frac{1}{10}\right)^{-5} = 100\ 000$

d) $(0{,}05)^{-2} = 400$

4 Calcule a raiz quadrada de:

a) $\sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{3}{10}$

b) $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$

c) $\sqrt{-\frac{16}{144}}$ = não existe em Q

d) $-\sqrt{\frac{1}{81}} = -\frac{1}{9}$

e) $-\sqrt{\frac{49}{16}} = -\frac{7}{4}$

5 Calcule a raiz quadrada de:

a) 12,25 = 3,5

b) 12,96 = 3,6

c) 30,25 = 5,5

d) 29,16 = 5,4

e) 0,0784 = 0,28

f) 0,1024 = 0,32

6 Calcule:

a) $\sqrt{0,01} = 0,1$

b) $-\sqrt{6,25} = -2,5$

c) $-\sqrt{0,64} = -0,8$

d) $-\sqrt{\dfrac{81}{64}} = -\dfrac{9}{8}$

e) $\sqrt{\dfrac{81}{16}} = \dfrac{9}{4}$

7 Resolva as expressões numéricas:

a) $4 : \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{5}\right) = \frac{20}{3}$

b) $\frac{5}{6} + \frac{1}{3} : 2 - 0,3 = 0,7$

c) $\frac{1}{2} : \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{18}$

d) $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

8 Resolva as expressões numéricas:

a) $\left(2 - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = -\frac{27}{20}$

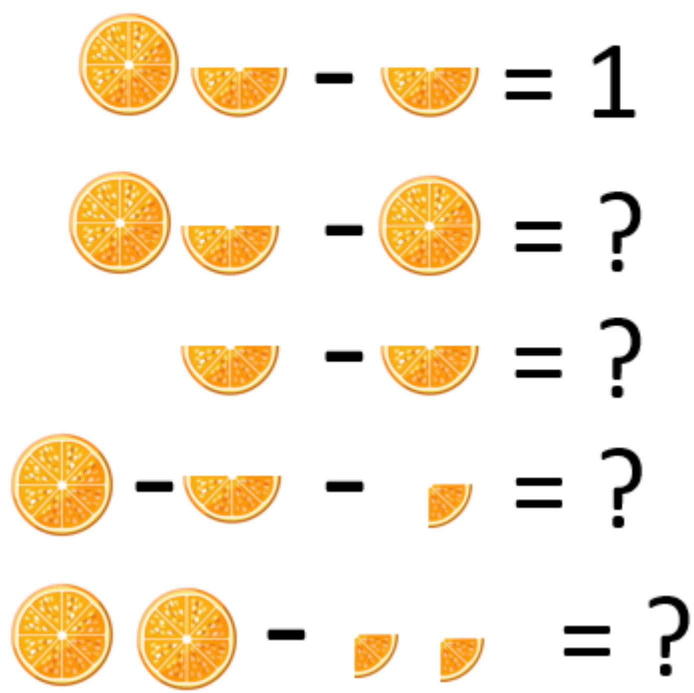
b) $1 - \left(\frac{1}{3}\right)^3 : \left(\frac{1}{2} - 1\right)^2 = \frac{23}{27}$

c) $\left(0,1 + \frac{1}{5}\right) : \left(-0,02 + \frac{1}{100}\right) = -30$

Para ir além

Estamos na reta e na meta final. Divirta-se com estes dois desafios!

Desafio das laranjas



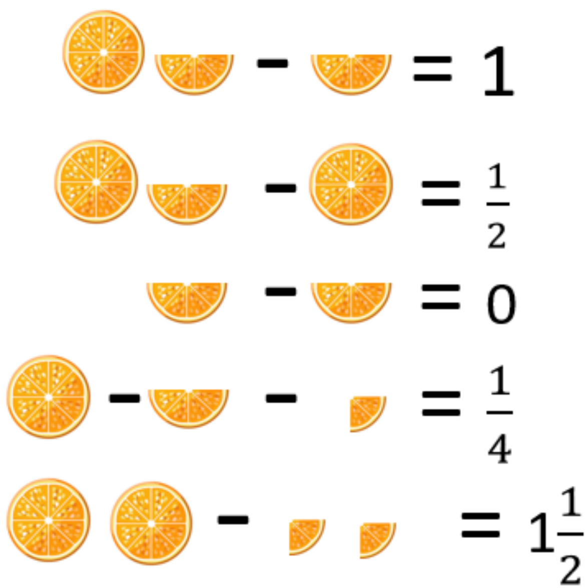
Desafio dos cinco amigos

Cinco amigos foram a um rodízio de pizza. Siga as dicas e descubra quantas fatias cada um deles comeu.

1. Joana comeu $\frac{1}{3}$ a mais que Pedro.
2. Lucas comeu $\frac{2}{3}$ do dobro de Joana.
3. Pedro comeu $\frac{3}{5}$ do que Bruna comeu.
4. Bruna comeu $\frac{1}{4}$ de 60 fatias.
5. Rafaela comeu $\frac{1}{2}$ de Joana.

RESPOSTAS DOS DESAFIOS

Desafio das laranjas



Desafio dos cinco amigos:

Joana: 12 fatias; Lucas: 16 fatias; Pedro: 9 fatias; Bruna: 15 fatias; Rafaela: 6 fatias.